



# COMPARAISON ENTRE UN CORRECTEUR LINEAIRE ET CORRECTEUR DE TYPE MODES GLISSANTS SUR UNE CELLULE HYPERSONIQUE

CHALIGNE  
CHARLES  
ESTACA 2006



10/10/2006

## Remerciements

Je tiens tout particulièrement à remercier et à mettre en avant :

- Jean-Pierre NOUAILLE, la personne qui m'a le plus aidé et sans qui ce stage n'aurait pas pu arriver aux conclusions qu'il porte. C'est une personne très compétente et cela est reconnu et toujours très à l'écoute. Merci pour tous les principes physiques et toutes les méthodes que tu m'as appris.
- Thierry MAROT, responsable du département qui gère avec dynamisme l'organisation du service. Une mention particulière pour son temps consacré à discuter de mon orientation et de mon plan de carrière.
- Raphaël REGNIER pour son amabilité et le partage de ses connaissances dans les domaines de l'aéronautique.
- Laurent BURLION pour son aide toute particulière sur les correcteurs modes glissants et le dérivateur issu de cette technique.
- Marie-Christine PINATON pour toute l'intendance et l'organisation en vue du bon déroulement du stage.

Je tiens à remercier également tout le département PSMD pour son accueil et particulièrement Nadim, Olivier, Thomas, Philippe et Gaël.

Dernière mention particulière pour les stagiaires, Franck, Alexandru, Arnaud et Guillaume avec qui nous avons beaucoup échangé.

<b>1. Résumé / Abstract</b> .....	<b>4</b>
<b>2. Introduction</b> .....	<b>5</b>
<b>3. Présentation générale de la DGA et du LRBA</b> .....	<b>7</b>
<b>3.1. La Délégation Générale pour l'Armement</b> .....	<b>7</b>
<b>3.2. La Direction de l'Expertise Technique</b> .....	<b>8</b>
<b>3.3. Le Laboratoire de Recherches Balistiques et Aérodynamiques</b> .....	<b>9</b>
<b>3.4. Les moyens du LRBA</b> .....	<b>10</b>
<b>3.5. Les missions du LRBA</b> .....	<b>11</b>
<b>3.6. Le département PSMD</b> .....	<b>12</b>
<b>4. Description du travail</b> .....	<b>13</b>
<b>4.1. Implémentation du modèle temps réel</b> .....	<b>13</b>
4.1.1. Bloc propulsion .....	14
4.1.2. Bloc torseur aérodynamique.....	15
4.1.3. Bloc atmosphérique.....	17
4.1.4. Bloc calcul aéro.....	17
4.1.5. Bloc mécanique du vol.....	17
<b>4.2. Comparaison des dérivateurs</b> .....	<b>18</b>
4.2.1. Cas de l'étude : .....	18
4.2.2. Objectifs .....	18
4.2.3. Le dérivateur R.E.D. ....	18
Etude comparative .....	19
4.2.4. Introduction : .....	19
4.2.5. Critères de performances : .....	19
4.2.6. Schéma de l'ensemble : .....	19
Analyse et Bilan .....	20
4.2.7. Cas d'une entrée sinusoïdale non bruitée. ....	20
4.2.8. Cas d'une entrée sinusoïdale bruitée par une sinusoïde haute fréquence. ....	22
4.2.9. Cas d'une entrée sinusoïdale bruitée par un bruit blanc. ....	24
4.2.10. EXTRA, Cas d'une entrée en rampe. ....	26
4.2.11. EXTRA, Cas d'une entrée en rampe bruitée par un bruit blanc. ....	27
4.2.12. Synthèse des résultats .....	29
<b>4.3. Synthèse des correcteurs</b> .....	<b>30</b>
4.3.1. Correcteur mode glissant.....	30
4.3.2. Correcteur 3 boucle Zarchan .....	32
<b>4.4. Comparaison des pilotes sur le modèle le plus simple</b> .....	<b>36</b>
4.4.1. Consigne sinusoïdale en altitude .....	36
4.4.2. Consigne sinusoïdale en vitesse .....	37
4.4.3. Consigne rampe en altitude .....	38
4.4.4. Consigne rampe en vitesse .....	39
<b>4.5. Comparaison des pilotes sur le modèle incertain</b> .....	<b>40</b>
4.5.1. Consigne sinusoïdale en altitude .....	41
4.5.2. Consigne sinusoïdale en vitesse .....	42
4.5.3. Consigne rampe en altitude .....	43
4.5.4. Consigne rampe en vitesse .....	44
<b>4.6. Comparaison des pilotes sur le modèle complet</b> .....	<b>45</b>
4.6.1. Consigne sinusoïdale en altitude .....	46
4.6.2. Consigne sinusoïdale en vitesse .....	47
4.6.3. Consigne rampe en altitude .....	48
4.6.4. Consigne rampe en vitesse .....	49
4.6.5. Comparaisons auxiliaires .....	50
4.6.6. Synthèse des résultats.....	51
<b>5. Conclusion du stage</b> .....	<b>52</b>

<b>6.</b>	<b><i>Bibliographie</i></b> .....	<b>53</b>
<b>7.</b>	<b><i>Glossaire</i></b> .....	<b>54</b>
<b>8.</b>	<b><i>Annexes</i></b> .....	<b>55</b>
8.1.	Article présenté dans « <i>Journal of Guidance, Control, and Dynamics</i> » .....	55
8.2.	Le principe du correcteur mode glissant .....	62
8.3.	Statoréacteur et Superstatotéacteur .....	66
8.4.	sliding_mode_controller.m.....	68
8.5.	zarchan_cha.m .....	73
8.6.	Historique du L.R.B.A.....	78
8.7.	Organigramme .....	80
8.8.	Le LRBA et son projet d'établissement .....	81

## 1. Résumé / Abstract

Parmi la multitude de loi de guidage/pilotage mon travail a consisté à évaluer les différences de performances entre un correcteur (sous-système qui intègre les lois de guidage/pilotage) linéaire (correcteur proportionnel intégral à 3 boucles cf. [Zarchan]) et un correcteur non linéaire de type mode glissant. J'ai utilisé comme base le modèle de cellule hypersonique présenté par des chercheurs américain dans la revue AIAA.

Pour certains véhicules hypersoniques aérobie (vol à Mach supérieur à 5), et en particulier les engins mixtes stato/superstato, on trouve des architectures avec une configuration demi tuyère, permettant de répondre à des problématiques d'encombrement sous avion et offrant de bonnes performances. Cela a pour effet de générer un moment piqueur et de créer un couplage entre l'asservissement d'attitude et la régulation de la poussée.

J'ai donc intégré ce phénomène de couplage dans le modèle de base et ainsi évalué les limites de chaque loi de guidage/pilotage.

Il est adjoint, à cette étude comparative de lois de guidage/pilotage, la comparaison d'outils de dérivation nécessaires à l'implémentation de la loi de guidage/pilotage non linéaire : l'outil de dérivation Matlab Simulink (tool box du/dt) et le dérivateur RED plus robuste et employant aussi une technologie mode glissant.

Mots-clés : hypersonique, tangage, pilote, mode glissant, dérivateur, robuste.

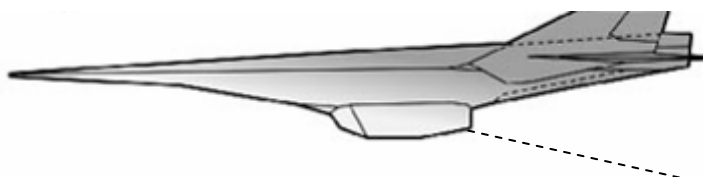
Among the multitude of guidance laws I was in charge to evaluate the differences in performances between a linear corrector (a 3 loops proportional and integral corrector, see [Zarchan]) and a nonlinear sliding mode corrector. I used as a basis the airframe model presented by American researchers in the AIAA review.

For certain hypersonic air breathing vehicles (with a flight speed higher than Mach 5), particularly for dual ramjet/scramjet motors, one can find architectures with a half nozzle configuration, which allow to answer to some problems of airplane integration and offers good performances. As a consequence, it creates a pitching moment and a coupling between attitude control and thrust regulation.

Thus I integrated this link in the basic model and evaluated the limits of each guidance law.

To this guidance laws comparison, I also added the comparison of the differentiation tools needed to implement the non linear guidance law: Matlab Simulink (tool box du/dt) and the more robust differentiation tool RED (also working with sliding mode technology).

Key-words: hypersonic, pitching, corrector, sliding mode, differentiator, robust.



## 2. Introduction

Il est question ici de comparer les différences de performances entre deux correcteurs sur un même exemple, dans les mêmes conditions.

Le premier correcteur est un correcteur non linéaire de type modes glissants dérivé de l'article présenté dans « Journal of Guidance, Control, and Dynamics » volume 27 , No 5, September-October 2004 (cf. annexe 1). Il reçoit les consignes en altitude et en vitesse et il agit sur la gouverne de profondeur et les paramètres de commande du moteur.

Le second est un correcteur linéaire de type trois boucles présenter par P. Zarchan « Tactical and Strategic Missile Guidance ». Le modèle a donc dû être linéarisé autour du point de vol initial. Ce correcteur reçoit comme consigne une accélération et agit sur la gouverne de profondeur, ainsi il a été nécessaire de rajouter un PID afin de pouvoir lui passer une consigne en altitude. Le contrôle en vitesse se fait dans ce cas avec un simple correcteur PID.

### Critères de performances :

- ✓ Minimum d'overshoot
- ✓ Minimum d'erreurs permanentes de position
- ✓ Variation d'accélération relative maximale 1 g
- ✓ Pas de saturation de la gouverne
- ✓ Eviter saturation de la commande du moteur

### Caractéristiques des commandes :

- ✓ Toutes les variations sur la commande seront lissées par une fonction de transfert du premier ordre avec une constante de temps de deux secondes.
- ✓ Pas d'erreur permanente de position
- ✓ Variation d'accélération relative maximale 0.5 g
- ✓ Pas de saturation de la gouverne

### Cas de l'étude :

Pilotage en tangage / vitesse d'un véhicule hypersonique présenter dans l'article « Journal of Guidance, Control, and Dynamics » vol 27, No5, September October 2004. Haojian Xu, Maj D. Miromesnil et Petros A. Ioannou. »

### Caractéristique du véhicule :

$m = 136.8$  Tonnes : masse au point de vol considéré.

$S_{réf} = 334.73$  m<sup>2</sup> : surface de référence prise pour tous les calculs.

$I_0 = 9.5e6$  kg.m<sup>2</sup> : Inertie totale du véhicule.

$Corde_{réf} = 24.4$  m : corde de référence.

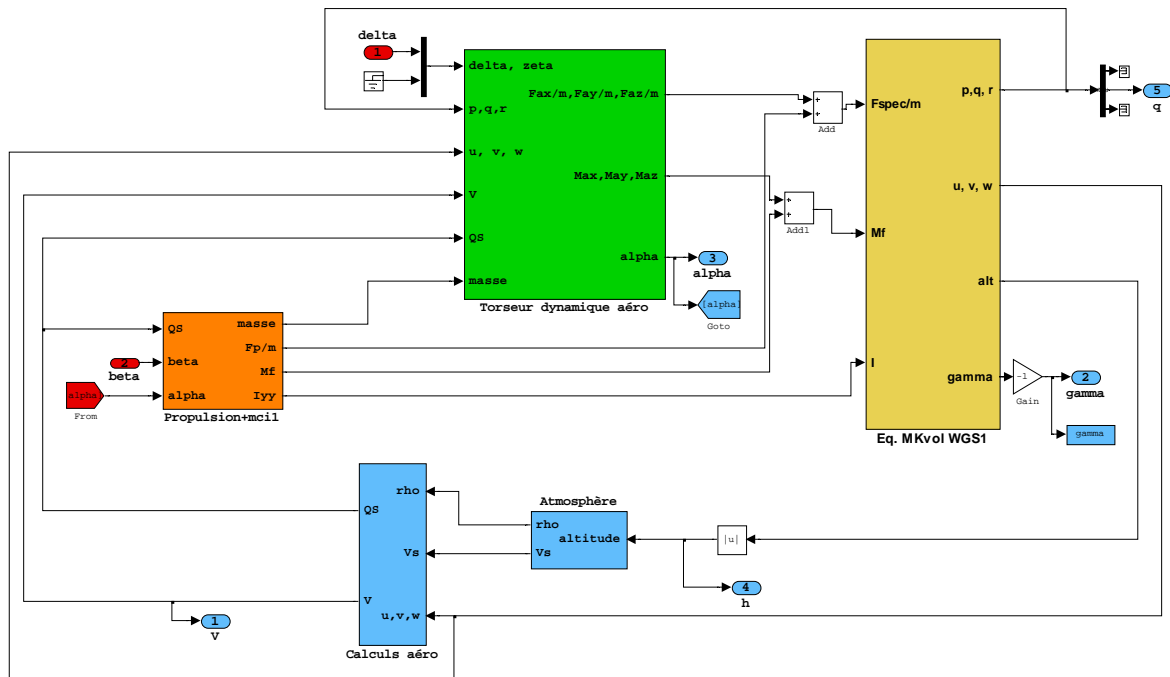
### Caractéristique du vol :

$M = 15$  : Vitesse en Mach au point de vol considéré. Comme  $M > 5$  régime hypersonique.

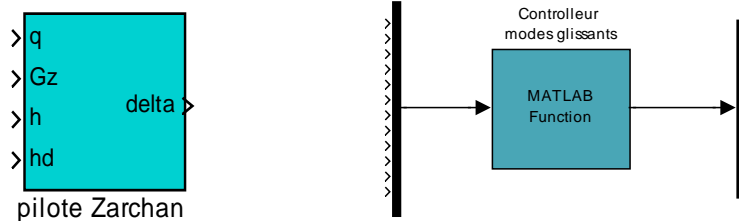
$FL = 110\ 000$  ft soit 33500 m : altitude au point de vol considéré. FL = flight level

$V_0 = 4585$  m/s Conversion de la vitesse en USI.

Pour mener à bien cette étude j'ai commencé par créer le modèle présenté dans l'article. Cela a été fait sous une architecture Matlab/Simulink. Le paramétrage du solveur sera détaillé au cas par cas, de même pour les périodes d'échantillonnage.



Une fois le modèle de base réalisé, il lui sera adjoint chaque pilote, sachant que le pilote linéaire sera implémenté sous Simulink alors que le pilote mode glissant sera lui implémenté dans une Matlab fonction.



Cette comparaison s'inscrit dans l'ensemble des recherches à mener pour un projet d'étude amont concernant la faisabilité de d'exploitation de statomixtes (moteur aérobie ayant un plage de fonctionnement de l'ordre de Mach 2 à Mach 15 cf. annexe). L'objectif étant de piloter au mieux un véhicule hypersonique, une architecture générique de véhicule de ce type suffit. Il n'est pas ici nécessaire de faire appel à l'architecture réelle du projet d'étude amont. De plus cela évite de devoir classer l'étude en diffusion restreinte.

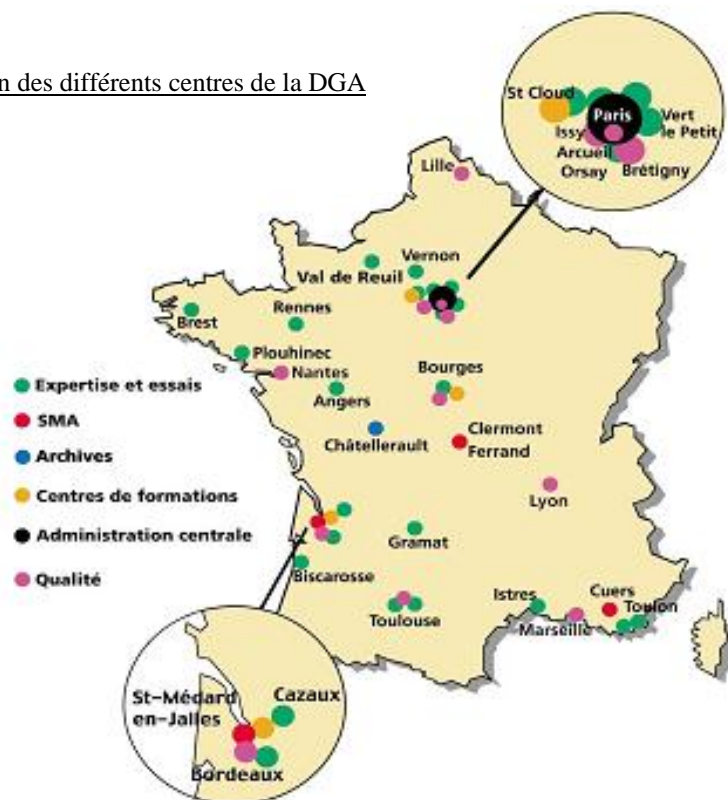
Après une description synthétique de la DGA, je présenterai les différentes étapes de la réalisation de chaque correcteur puis la comparaison de leurs performances. Pour mener à bien l'implémentation du pilote mode glissant, un dérivateur particulier a été utilisé. Ainsi une comparaison de ce dérivateur avec celui fourni par Simulink a été réalisée pour valider le choix de ce composant.

### 3. Présentation générale de la DGA et du LRBA

#### 3.1. La Délégation Générale pour l'Armement

C'est en 1977 que la Délégation Ministérielle pour l'Armement (DMA) est devenue la Délégation Générale pour l'Armement (DGA). En 2005, la DGA crée la Direction de l'Expertise Technique (DET) intégrant l'établissement de Vernon.

Répartition des différents centres de la DGA



Au cœur du système de défense français, la DGA assure la crédibilité des forces armées françaises en leur fournissant des matériels hautement performants et conformes à leurs besoins opérationnels.

La mission de la DGA et la façon dont elle la remplit, doivent s'adapter aux politiques de défense et à leurs évolutions : la baisse durable des crédits disponibles, la nécessité de bâtir, avec les partenaires européens, une identité commune dans le domaine de l'armement, les évolutions profondes du marché mondial des systèmes d'armes.

C'est pourquoi, la mission de la DGA aujourd'hui, se formule ainsi :

**« Assurer l'équipement des armées avec une exigence de compétitivité, qualité et sécurité. »**

La DGA a pour objectif d'assurer les fonctions suivantes :

- Préparation des futurs systèmes de défense français,
- Expertise scientifique et technique,
- Essais et évaluations,
- Maintenance industrielle de matériels aéronautiques.

Un organigramme simplifié de la DGA se trouve en annexe.



### 3.2. La Direction de l'Expertise Technique

Cette entité a été créée dans le cadre de l'organisation DGA parue au Journal Officiel du 1<sup>er</sup> février 2005 avec la mission :

- ✓ D'élaborer et de mettre en oeuvre la politique de la délégation générale pour l'armement en matière de maintien et d'adaptation de la capacité technique nécessaire à l'exécution de ses missions ;
- ✓ D'effectuer ou de faire effectuer les études, les expertises et évaluations techniques et d'assurer la cohérence technique des travaux conduits par la délégation générale pour l'armement ;
- ✓ D'élaborer, en concertation avec les états-majors, la politique du ministère en matière de soutien logistique intégré et d'en définir les méthodes de mise en oeuvre ;
- ✓ De participer à l'élaboration de la réglementation technique concernant les matériels aéronautiques, de sécurité et de défense.

La création de la DET correspond à la volonté de renforcer les compétences techniques de la délégation pour assurer une maîtrise d'ouvrage forte.

La DET agit principalement au profit de la direction des systèmes d'armes (DSA) de la DGA.

Elle est organisée en :

- Un service des centres d'expertise technique (le SCET) chargé de renforcer le potentiel technique présent dans les centres et les services de programme et d'en optimiser la gestion ;
- Un service d'architecture inter systèmes (SAIS) chargé d'assurer la cohérence technique inter systèmes des opérations conduites par la DGA et de fournir aux managers des programmes et études amont les prestations techniques de type systèmes de systèmes ;
- Un service du maintien en condition opérationnelle (SMCO) chargé d'assurer la maîtrise technique des systèmes tout au long de leur vie, auquel sont organiquement rattachés les spécialistes SLI et coût global opérant au sein des services de programmes ainsi que les personnels DGA mis pour emploi au sein des structures de soutien du ministère. Ce service rassemble les compétences pour développer une politique de soutien logistique intégré et de maintien en condition opérationnelle (SLI-MCO), organiser le métier, les méthodes et outils des collaborateurs SLI et coût global dans les équipes de projets et animer l'action DGA dans les services de soutien du ministère.
- Neuf centres techniques (les centres techniques DGA dont l'expertise est l'activité dominante) :
  - Le centre d'expertise parisien (CEP), à Arcueil, regroupant l'ancien centre technique d'Arcueil, ainsi que tous les personnels techniques opérant dans les services de programmes ;
  - L'établissement technique d'Angers (ETAS) ;
  - L'établissement technique de Bourges (ETBS) ;
  - Le centre d'études de Gramat (CEG) ;
  - Le centre d'électronique de l'armement (CELAR), à Bruz ;
  - Le centre technique des systèmes navals (CTSN), à Toulon ;
  - Le groupe d'études sous-marines de l'Atlantique (GESMA), à Brest ;
  - Le laboratoire de recherches balistiques et aérodynamiques (LRBA), à Vernon ;
  - Le centre d'études du Bouchet (CEB), à Vert-le-Petit.

### *3.3. Le Laboratoire de Recherches Balistiques et Aérodynamiques*

Le Laboratoire de Recherches Balistiques et Aérodynamiques (LRBA), « centre d'expertise missiles », intervient depuis plus de cinquante ans sur l'ensemble des programmes français et plus particulièrement en ce qui concerne les missiles, les drones et la navigation.

Le LRBA occupe un vaste domaine de 545 hectares, sur un plateau dominant les boucles de la Seine et la ville de Vernon.



### 3.4. Les moyens du LRBA

#### Les moyens humains

Ce sont près de 380 personnes hautement qualifiées, qui travaillent sur le site de Vernon :

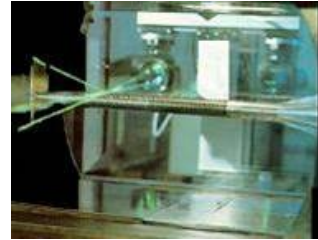
- Ingénieurs civils ou militaires (34%)
- Techniciens (22%)
- Ouvriers (44%)

#### Les moyens matériels

Depuis la création du LRBA, l'expertise dans le domaine d'étude des missiles constitue une grande part de l'activité.

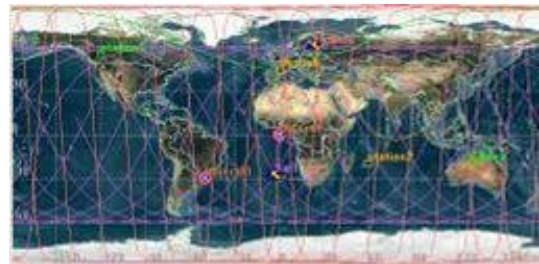


Table 5 axes pour effectuer des essais de pointe avant de missiles



Vélocimètre

**De nombreux outils informatiques permettent par ailleurs d'effectuer l'étude de systèmes très diversifiés.**



**Le LRBA s'attachant aussi aux systèmes de navigation, des moyens techniques sont mis en œuvre dans le domaine inertiel.**



Gyroscopie laser



Table pour tester les gyroscopes

Il faut également citer une configuration de quatre simulateurs de signaux GPS, unique en Europe.

#### Les moyens financiers

Depuis 1994, le LRBA reçoit la quasi-totalité de ses crédits de la DGA. Une faible partie provient de la diversification, c'est à dire de clients privés (EADS, THALES, SAGEM ...).

### 3.5. Les missions du LRBA

**À Vernon, le LRBA réunit aujourd’hui les experts techniques pour tout ce qui concerne les missiles, les systèmes spatiaux militaires et la navigation. Au sein de la DET, le LRBA utilise ses compétences dans trois domaines :**

- Un soutien technique aux Directions de programmes et d’études en tant que réservoir de compétences dans les techniques et technologies de son domaine d’activité.
- Des essais d’équipements à divers stades de leur développement. Ces essais de qualification, d’évaluation ou de caractérisation menés depuis le composant élémentaire jusqu’au système complet, permettent au LRBA de maintenir sa compétence dans ses différents domaines d’activité et d’apporter aux Directions de programmes un soutien technique plus efficace.
- Des études et synthèses sur des thèmes divers allant d’études de faisabilité de concept, à des études techniques de processus ou de performance.

**Sa connaissance de « l’état de l’art » lui permet de rédiger des synthèses sur les aptitudes d’une technique ou d’une technologie à satisfaire un besoin, compte tenu des contraintes. Les études, synthèses et simulations permettent d’apporter un point de vue étatique et contribuent ainsi à la prise de décision finale. Toutes ces activités s’exercent dans des domaines techniques variés qui recouvrent l’ensemble des compétences mises en jeu pour la conception d’un missile, excepté la propulsion et la charge militaire :**

- **Navigation inertielle et par satellites** : Connaître en permanence, et de façon autonome, sa position est une nécessité pour tout véhicule. Fort de 50 années d’expérience dans les techniques inertielles de navigation, le LRBA est aujourd’hui le seul centre européen à regrouper sur un même site l’ensemble des compétences et des moyens d’évaluation des divers systèmes de navigation. Présent dans tous les grands programmes militaires, il étudie, évalue, expertise et teste le composant de base ou le système le plus complexe. Outre les essais en environnement climatique ou mécanique qu’il assure dans ses laboratoires, le LRBA apporte son soutien technique aux Directions de programmes pour définir le profil de vie et les contraintes à appliquer sur tous les composants électromagnétiques (composants et centrales inertielles, servogouvernes, turbopompes, dispositifs de sécurité d’armement, piles) qui équipent les missiles. En 1985, le LRBA a pris la suite du CELAR (Centre d’Electronique de l’ARmement) comme centre pilote chargé d’animer la mission interarmées relative à la normalisation des « essais en environnement ». À ce titre le LRBA pilote les travaux OTAN confiés par le groupe AC/301 (réalise la normalisation des matériels et des pratiques techniques), préside la CIN - Environnement Général (Comité Intergouvernemental de Négociation) et participe activement aux travaux de normalisation défense et civil du domaine.
- **Systèmes missiles, espace** : Les systèmes de guidage des missiles, l’électronique et les automatismes de guidage/pilotage, l’autoguidage terminal, les calculateurs embarqués, etc., font partie des compétences du LRBA qui s’étendent des missiles tactiques aux missiles stratégiques en passant par les drones. Depuis 1986, une activité s’est développée sur la gestion de la mission du satellite Hélios en prenant en compte les nombreuses contraintes dont celles liées au respect du partage des informations entre les trois pays coopérants. Dans ce cadre, le LRBA mène également des études sur les futurs satellites militaires d’observation.

### 3.6. Le département PSMD

Le département Performances de systèmes de missiles et de drones (PSMD) assure l'expertise des performances globales des systèmes de missiles ou de drones depuis la fonction préparation de mission jusqu'à l'intégration du système d'armes dans un autre système de niveau supérieur.

Ceci est fait dans le but de fournir aux directions de programme clientes un avis technique éclairé, permettant d'orienter les décisions des managers de programme, d'identifier les marges de manœuvre potentielles.

Au sein de la Sous Direction de la Production, le département PSMD (Performances de Systèmes de Missiles et de Drones) est chargé de l'expertise des performances globales de systèmes de missiles et de drones et des systèmes de préparation de mission associés ; de l'expertise du guidage/pilotage, des aspects aérodynamique - propulsion - structure ainsi que de la sûreté de fonctionnement. Cette expertise s'appuie sur des moyens de simulation numérique.

Le département PSMD est organisé autour des 6 compétences suivantes :

- Les performances globales des systèmes de missiles et de drones,
- Le guidage/pilotage des missiles stratégiques et tactiques,
- L'Aérodynamique – propulsion - structure des missiles stratégiques et tactiques,
- La sûreté de fonctionnement,
- Les systèmes de préparation de mission pour les missiles ou les drones,
- La chaîne de mission des systèmes spatiaux militaires,

De façon générale les prestations du département consistent à :

- Mener des études de performances,
- Mener des évaluations à l'aide de simulations numériques,
- Contribuer à l'élaboration des spécifications de besoin de systèmes d'armes pour les domaines de sa compétence,
- Exploiter des simulations numériques industrielles et internes au LRBA,
- Analyser la documentation technique afférente aux programmes de missiles ou de drones,
- Participer aux réunions et revues étatico-industrielles sur les programmes,
- Aider à la négociation technique et financière de contrats,
- Réaliser des synthèses de restitution de systèmes d'armes,
- Proposer des sujets d'études amont

Ces travaux apportent un soutien technique principalement aux directions de programme du SPNuM, du SPOTI, du SPAé et du SPART et couvrent l'ensemble des stades et phases du déroulement d'un programme d'armement

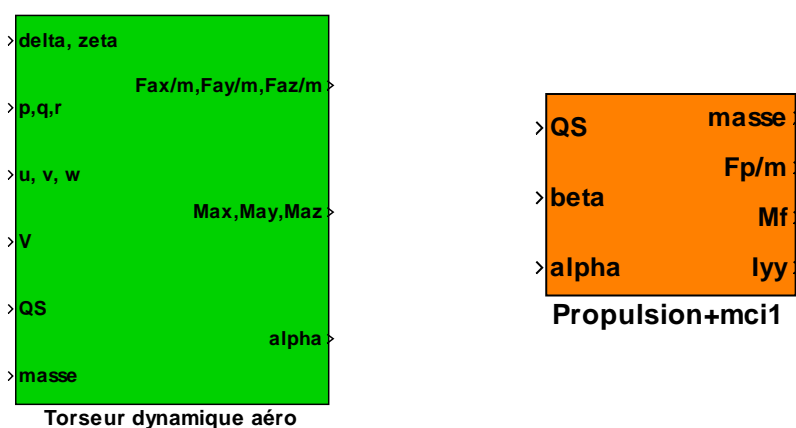
## 4. Description du travail

### 4.1. Implémentation du modèle temps réel.

L'objectif étant d'identifier la différence de performance entre deux correcteurs, il fallait un modèle de cellule commun. Ainsi l'ensemble de cette étude utilise comme modèle de base le modèle présenté dans l'article : HAOJIAN XU & MAKDEDIN MIRMIRANI Adaptive sliding mode control design for a hypersonic flight vehicle « Journal of Guidance, Control, and Dynamics » volume 27, No 5, September-October 2004 (cf. annexe 1).

Il est bien précisé que ce modèle est utilisé comme base car il lui sera apporté de nombreuses modifications.

L'implémentation de ce modèle a été fait en prenant garde de ne pas introduire de boucle algébrique. La méthode générale est de créer un sous-système pour chaque fonction de ce modèle. Par exemple le torseur dynamique (résultante et moments de l'action de l'air sur le véhicule) et la propulsion sont séparés.



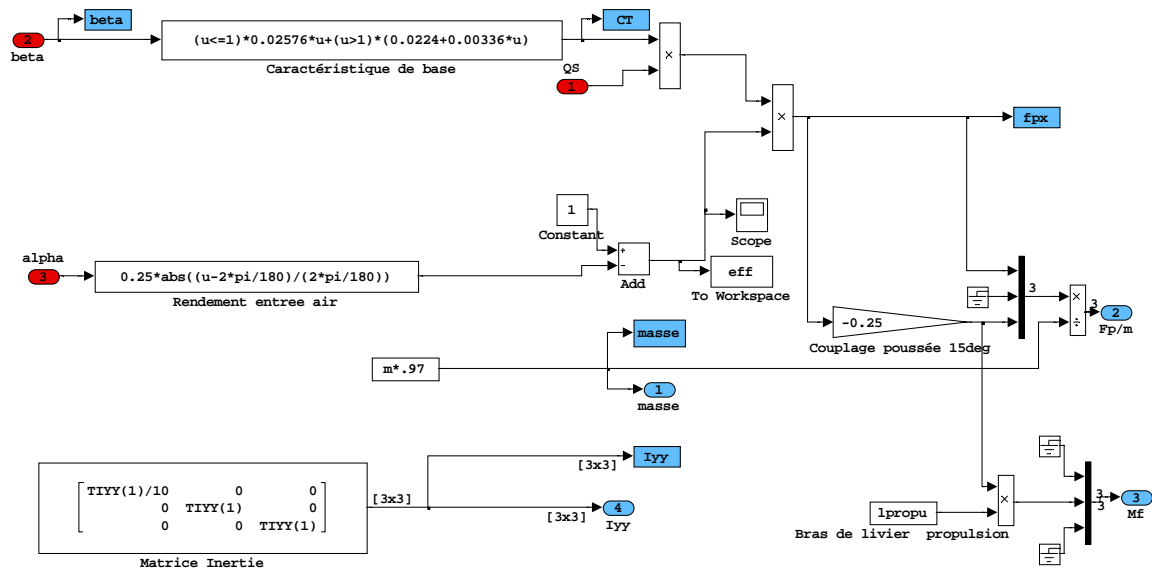
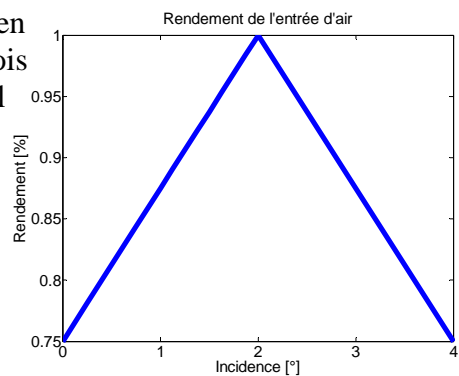
L'article ne précise pas l'architecture de la mécanique de vol utilisée. Ainsi tout le module de mécanique du vol a dû être adapté aux besoins de l'étude. Dans un premier cas, pour valider chaque bloc caractérisant le modèle, une simple mécanique du vol terre plate a été implémenté. Ensuite une mécanique de vol terre ronde a été implémentée (cf. bloc méca vol).

Pour cette étude, les simulations seront toutes faites avec un pas de temps maximum de 10 ms. Cela assure une simulation prenant en compte toutes les constantes de temps de la cellule et du correcteur.

### 4.1.1. Bloc propulsion

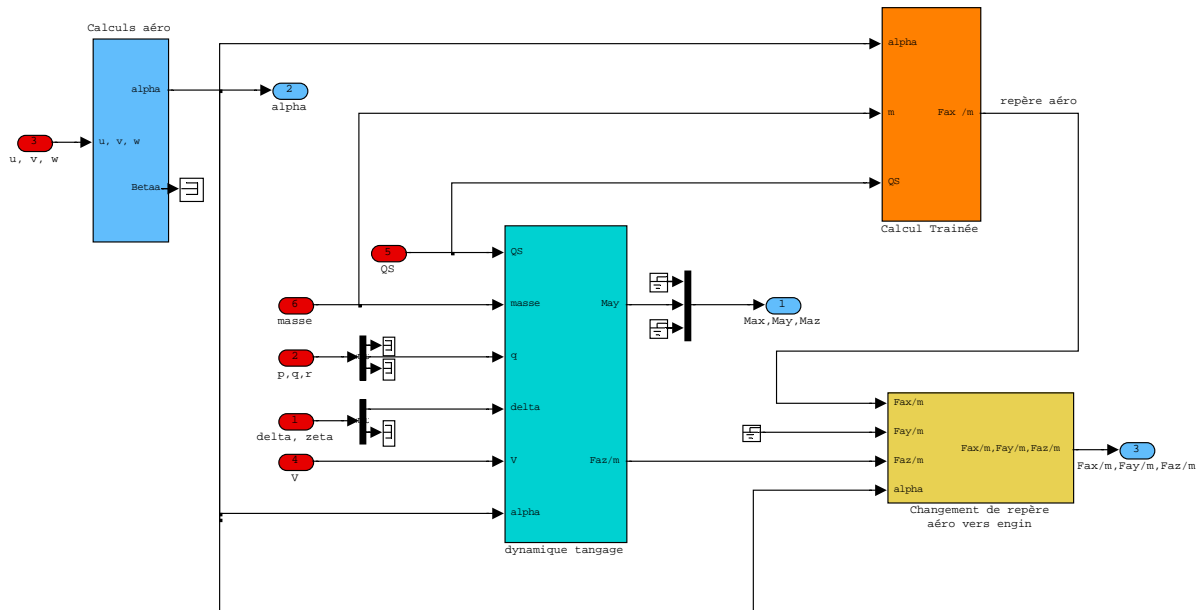
Le bloc propulsion présenté ici est le plus complet, en effet il prend comme base celui décrit dans l'article, mais y adjoint :

- le couplage entre la propulsion axiale et une force verticale (dû à une géométrie particulière de nombreux engins hypersonique i.e. demi tuyère) créant un moment piqueur. Cette prise en compte du couplage est un paramètre très important de cette étude. En effet de nombreuses architectures de véhicule hypersonique ne comportent qu'une demi tuyère car c'est un des moyens trouvés pour améliorer le rendement poussée / traînée. Ici l'angle de couplage de 15 degré n'est pas issu d'un calcul numérique de modélisation d'écoulement mais c'est une approximation du cas le plus défavorable. Ainsi la poussée suivant l'axe vertical représente 25% de la poussée axiale.
- une variation du rendement de l'entrée d'air en fonction de l'incidence de l'engin. Encore une fois cette caractéristique n'est pas issue d'un calcul mais de l'adaptation de résultats obtenus pour des statoréacteurs standards. Le résultat a été linéarisé et considère une perte de poussée de 25% pour une variation de l'incidence de  $\pm 2^\circ$  autour de l'incidence d'équilibre de  $2^\circ$ .

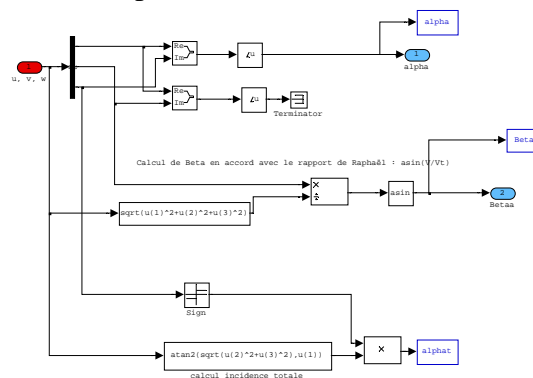


### 4.1.2. Bloc torseur aérodynamique.

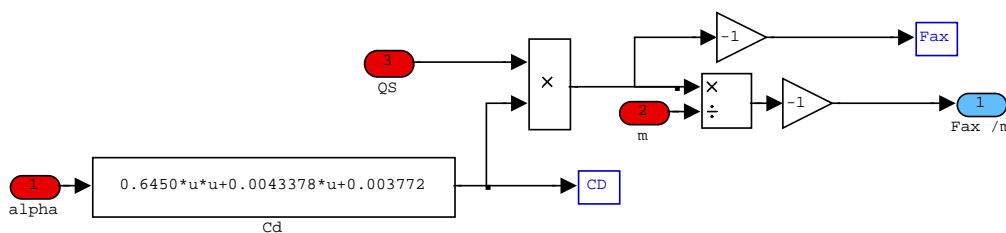
Une fois de plus dans ce bloc chaque fonction est dissociée dans des sous-systèmes différents.



- Le bloc calcul aéro fournit en sortie alpha (incidence) et bêta (dérapage) en fonction des composantes de la vitesse. Etant donné que l'on ne considère que le plan de tangage, la variable bêta n'est pas utilisée.



- Le bloc calcul traînée implémente quant à lui l'équation régissant la force aéro suivant l'axe x du fuselage. Il reçoit comme paramètre m (masse de l'engin) car par la suite, la somme des forces sur m sera utilisée pour vérifier le principe fondamental de la dynamique (PFD) où elle sera comparée à l'accélération.

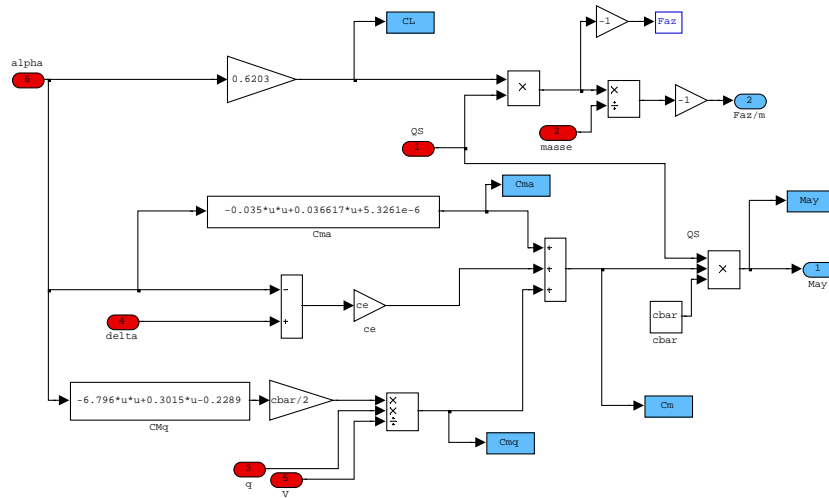


- Le bloc dynamique tangage implémente les équations permettant de définir la force suivant z divisé par m et la somme des moments suivant y divisé par l'inertie en

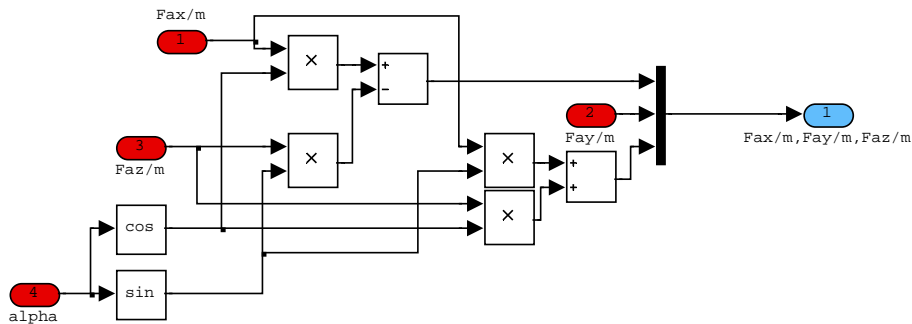


tangage. Dans ce modèle les coefficients de moments de tangage sont découplés en trois composantes :

- Le moment dû à l'incidence alpha  $C_{ma}$ .
- Le moment dû au braquage de la gouverne de profondeur  $C_{mq}$ .
- Le moment dû au taux de tangage instantané  $C_{m\dot{q}}$ .

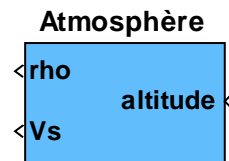


- Sachant qu'il faut écrire le PFD dans le repère engin, un bloc fait le changement de repère aéro (lié aux vecteurs vitesse) vers le repère engin. Intrinsèquement il est plus facile d'exprimer les actions aérodynamiques dans le repère aéro mais le changement de repère est un simple calcul trigonométrique.



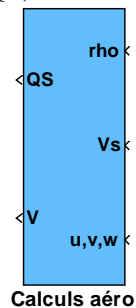
### 4.1.3. Bloc atmosphérique

La partie atmosphérique est quant à elle tabulée. Ainsi un bloc fournit en sortie la densité et la vitesse du son en fonction de l'altitude considérée grâce à la tool box look up table de Simulink. Le modèle atmosphère est "l'US standard atmosphère".



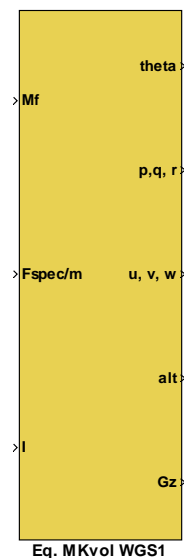
### 4.1.4. Bloc calcul aéro

Ce bloc a simplement pour fonction de calculer la pression dynamique multipliée par la surface de référence aérodynamique (QS) et la norme du vecteur vitesse.



### 4.1.5. Bloc mécanique du vol

C'est dans ce bloc qu'est vérifié le PFD mais il calcule aussi les vitesses angulaires ( $p$ ,  $q$ ,  $r$ ), il intègre les accélérations pour sortir la vitesse et l'altitude. Ce bloc a été créé à partir de la librairie Aerosim Blockset et fait appel aux quaternions (outil permettant de définir des rotations en supprimant les singularités pouvant intervenir avec les angles d'Euler).



#### 4.2. Comparaison des dérivateurs.

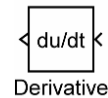
Lors de l'implémentation du correcteur mode glissant, la dérivation des signaux de consigne en altitude et en vitesse est nécessaire. Ainsi en sus de cette comparaison de correcteurs, j'ai réalisé une autre étude qui a toujours un lien avec les modes glissants.

L'étude porte sur les différences entre le Robust Exact Differentiation de A. Levant et de la Toolbox du/dt de Simulink.

##### 4.2.1. Cas de l'étude :

Sous Matlab Simulink, l'étude porte sur la dérivation de signaux divers afin d'illustrer les différences de performances entre 2 dérivateurs.

- ✓ Le premier a une architecture réalisée par A. Levant et est dénommé Robust Exact Differentiation (R.E.D.), il fait appel à la méthode des modes glissants et est détaillé par la suite.
- ✓ Le second est la toolbox Matlab Simulink dérivative : du/dt.



##### 4.2.2. Objectifs

L'étude porte sur des signaux bruités et non bruités afin d'identifier le meilleur dérivateur en fonction des signaux ainsi que l'influence des 2 paramètres de réglage du R.E.D.

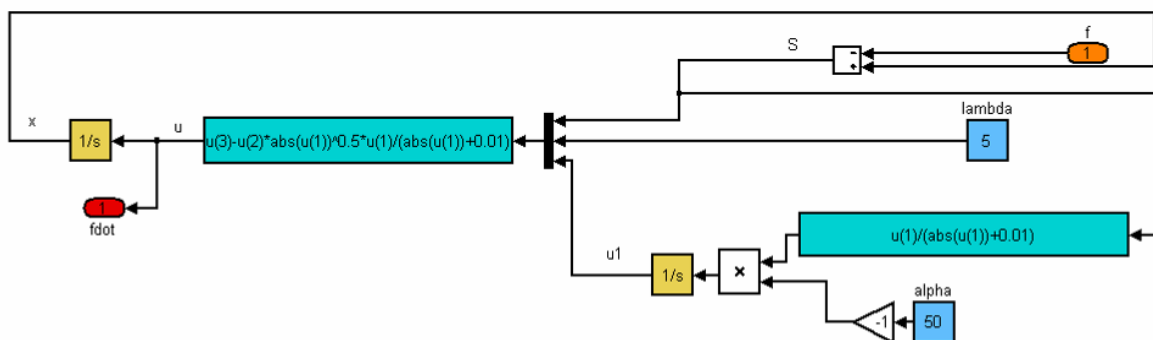
##### 4.2.3. Le dérivateur R.E.D.

Il a une architecture de type mode glissant d'ordre 2. Il est régi par les équations suivantes où l'entrée est  $f(t)$  et la sortie  $u(t) = \dot{x}(t)$  :

$$\begin{cases} S(t) = x(t) - f(t) \\ \dot{S}(t) = u(t) - \dot{f}(t) \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u = u1 - \lambda \cdot |S|^{1/2} \cdot \text{sign}(S) \\ \dot{u}1 = -\alpha \cdot \text{sign}(S) \end{cases}$$

où  $\alpha, \lambda \in \mathbb{R}^+$

*Il s'implémente sous Simulink de la façon suivante.*



Nota.

Pour l'implémentation de la fonction signe il a été considéré que :

$$\text{sign}(S) = \frac{S}{|S| + 0.01}$$

## Etude comparative

### 4.2.4. Introduction :

La comparaison est graphique. Elle est faite grâce aux tracés des courbes, dans un premier temps sans aucun filtrage, puis avec un simple filtre du premier ordre pour évaluer plus profondément les différences de performance.

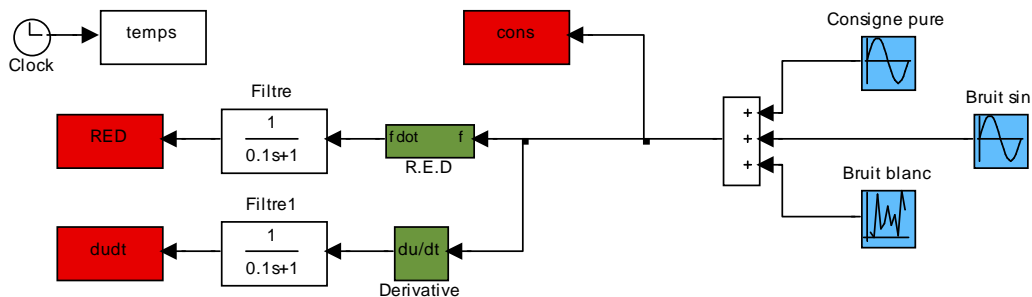
Pour chaque signal bruité, la consigne sera la somme de

- ✓ Un sinus d'amplitude 1 et de pulsation 1 rad/s
- ✓ Un sinus d'amplitude 0.1 et de pulsation 100 rad/s et ou
- ✓ Un bruit blanc d'amplitude maximal 0.1.

### 4.2.5. Critères de performances :

- ✓ valeur moyenne
- ✓ déphasage
- ✓ périodicité
- ✓ temps de calcul

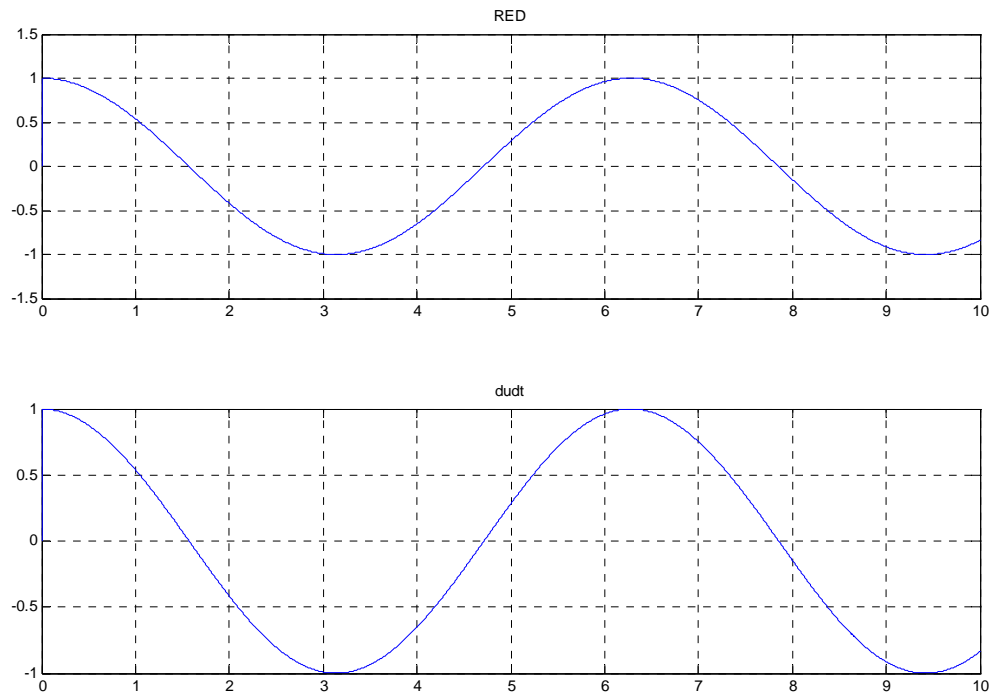
### 4.2.6. Schéma de l'ensemble :



## Analyse et Bilan

### 4.2.7. Cas d'une entrée sinusoïdale non bruitée.

Le meilleur résultat obtenu pour le RED est avec les coefficients  $\alpha=900$  et  $\lambda=2$ .



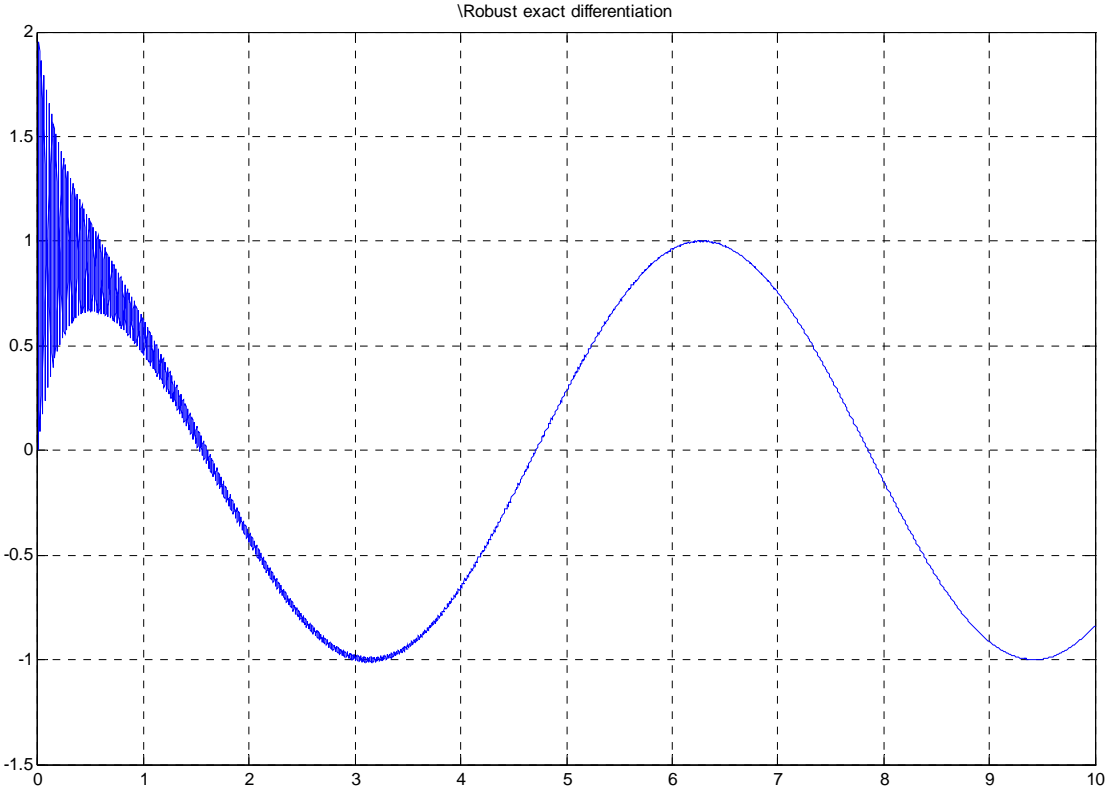
Cependant dans ce cas la toolbox Simulink est plus précise, en effet elle ne crée pas au départ une valeur supérieure à 1 (ce qui fait que l'échelle est plus dilatée pour le RED).

Il n'y a pas de déphasage ni pour l'un ni pour l'autre, la valeur moyenne est bien nulle et les signaux sont  $2\pi$  périodiques.

Dans ces conditions le dérivateur RED nécessite un temps de calcul 40% plus long.

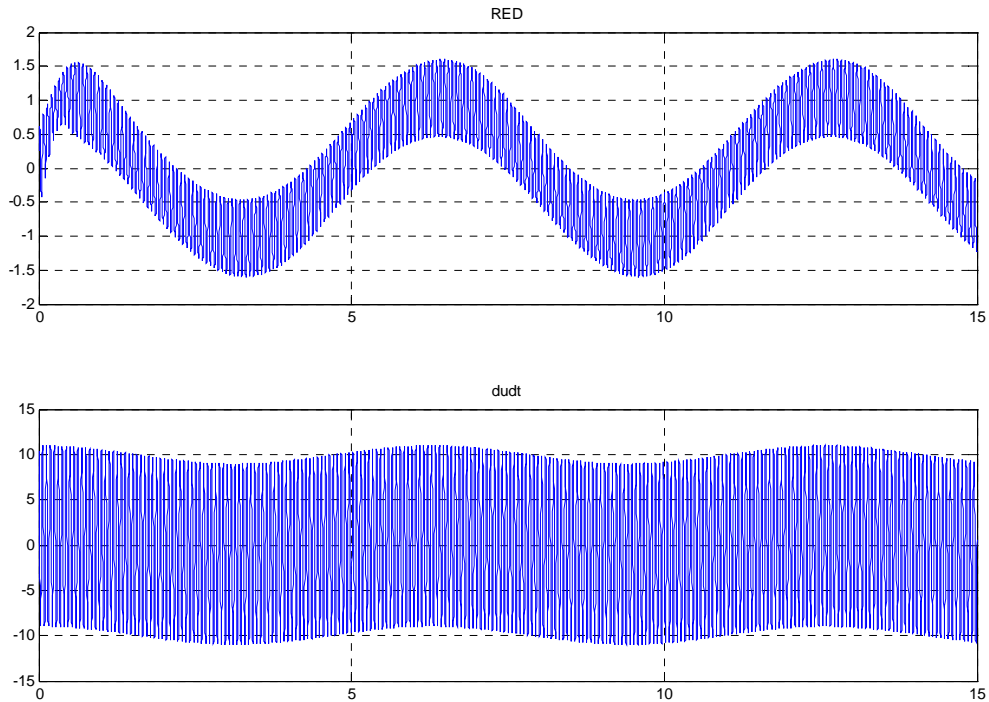
Le choix des paramètres n'est pas très sensible, cependant pour un signal non bruité, il faut préférer un  $\alpha$  grand sans dépasser 900 et un  $\lambda$  petit sans aller en dessous de 2.

Si l'inverse de ce choix est fait, la différence n'est sensible qu'au début :



#### 4.2.8. Cas d'une entrée sinusoïdale bruitée par une sinusoïde haute fréquence.

Le meilleur résultat obtenu pour le RED est avec les coefficients  $\alpha=2$  et  $\lambda=2$ .

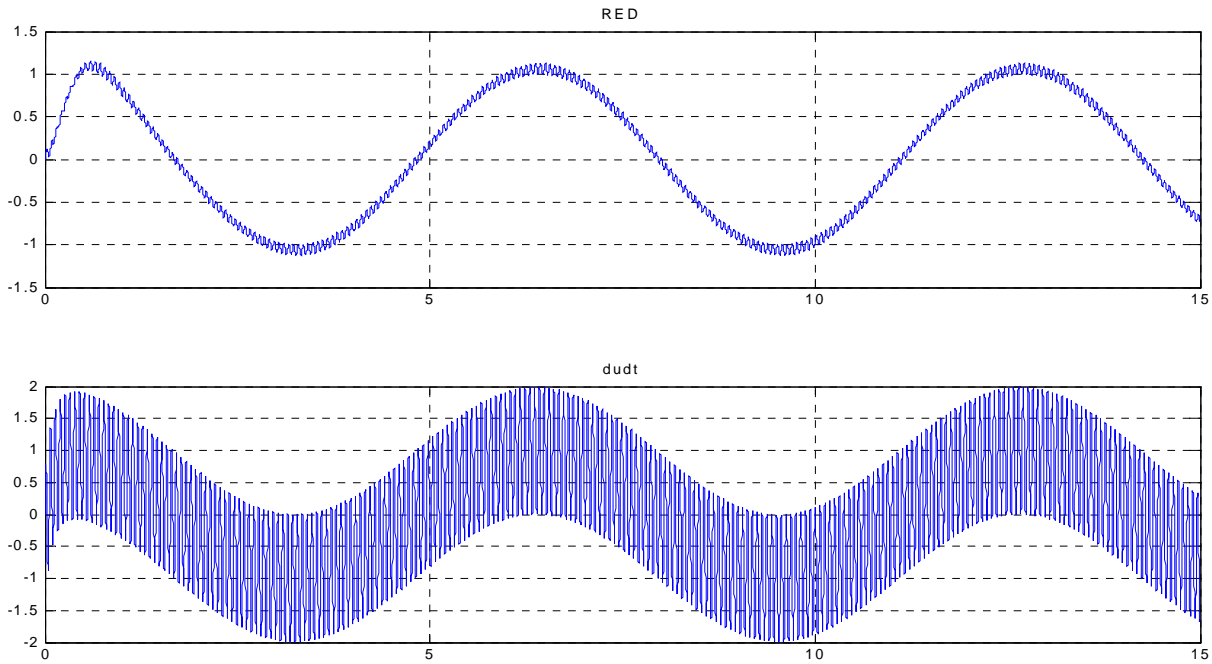


Il est mis ici en évidence la performance du RED. Certes les 3 premières secondes ne sont pas justes. Il n'y a pas de déphasage et la valeur moyenne est bien nulle pour le RED. En revanche le  $du/dt$  n'est pas du tout exploitable. Mais les deux signaux sont périodiques.

Ici encore, l'influence des paramètres est faible surtout pour  $\lambda$ . Par contre pour un signal bruité, il faut préférer pour  $\alpha$  des valeurs faibles proches de 2. Quoiqu'il en soit un mauvais choix de paramètre  $\alpha$  et  $\lambda$  n'aurait de conséquences que sur les 3 premières secondes.

Dans ce cas le temps de calcul avec le RED est encore 40% plus long.

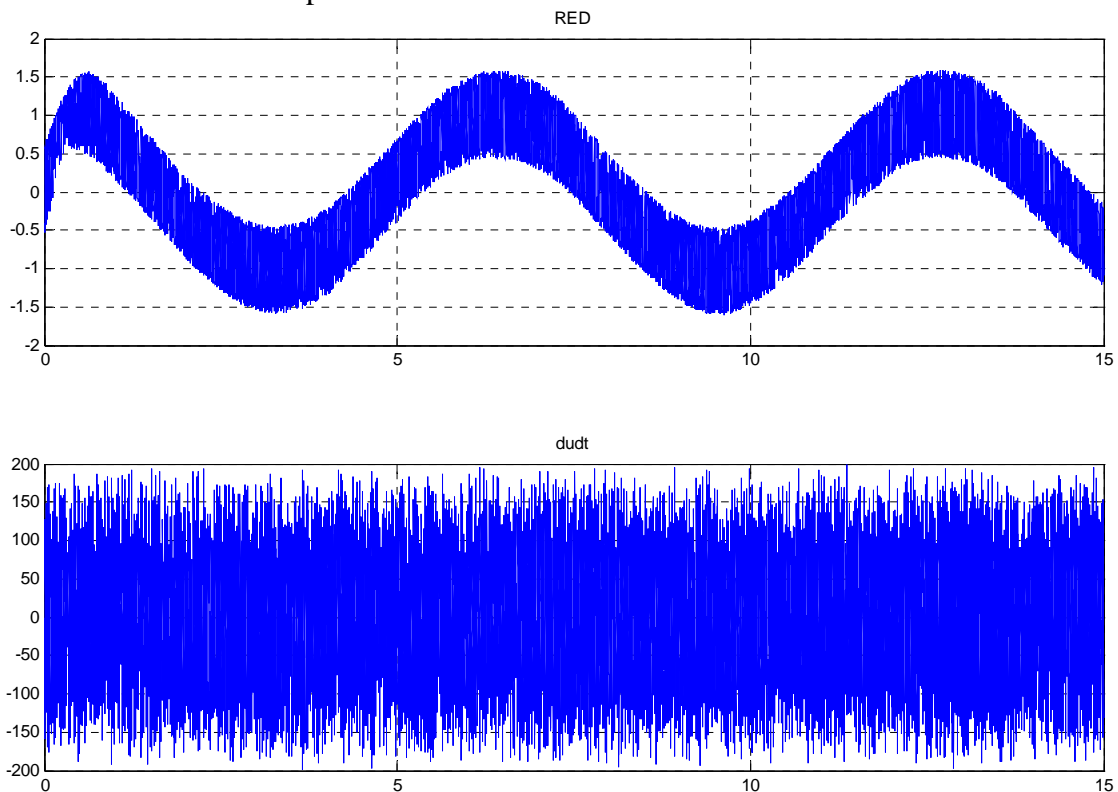
Pour affiner le résultat, il est possible d'utiliser un filtre d'ordre 1 avec une constante de temps de 0.01s et le résultat est toujours meilleur pour le RED.





#### 4.2.9. Cas d'une entrée sinusoïdale bruitée par un bruit blanc.

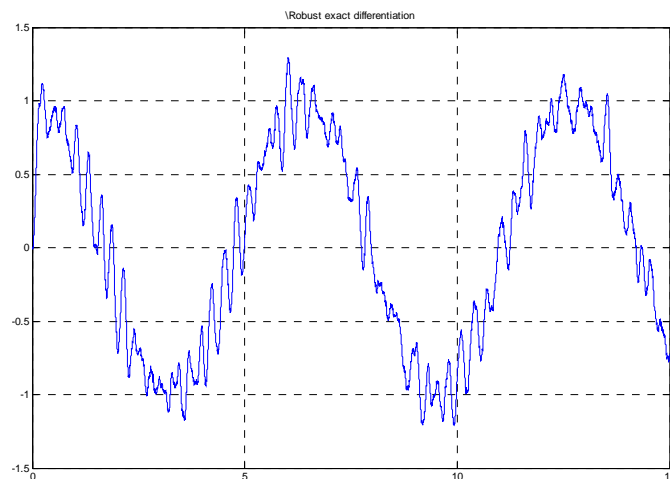
Le meilleur résultat obtenu pour le RED est avec les coefficients  $\alpha=2$  et  $\lambda=2$ .



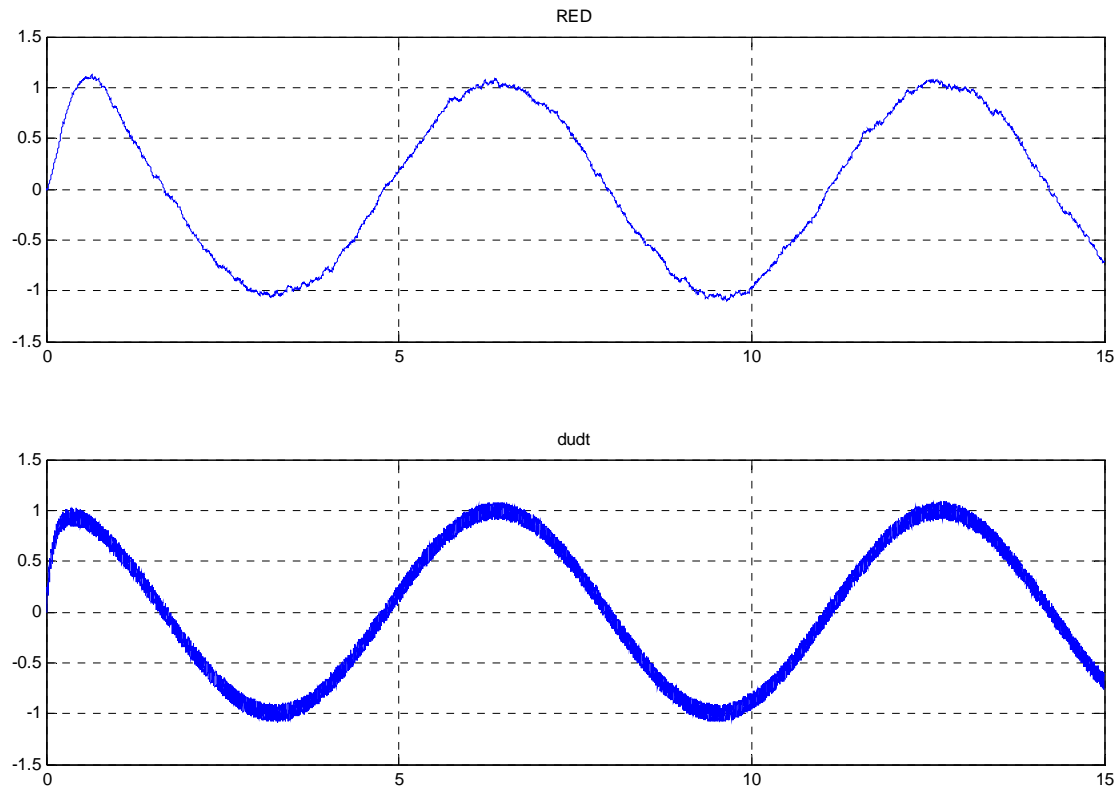
*Là encore, seul le RED permet d'avoir sans aucun filtrage une allure de courbe correcte et cohérente, sans déphasage, avec une valeur moyenne très proche de 0 et un signal  $2\pi$  périodique.*

De nouveau le réglage des constantes n'est pas très sensible, cependant il est possible de mettre en évidence les inconvénients engendrés par le choix d'un  $\lambda$  trop élevé :

Après filtrage si  $\lambda$  est trop élevé la courbe est peu lissée :



*Par contre avec  $\lambda=2$  le résultat est bien meilleur en soie et aussi comparé avec celui sortant de la toolbox du/dt :*

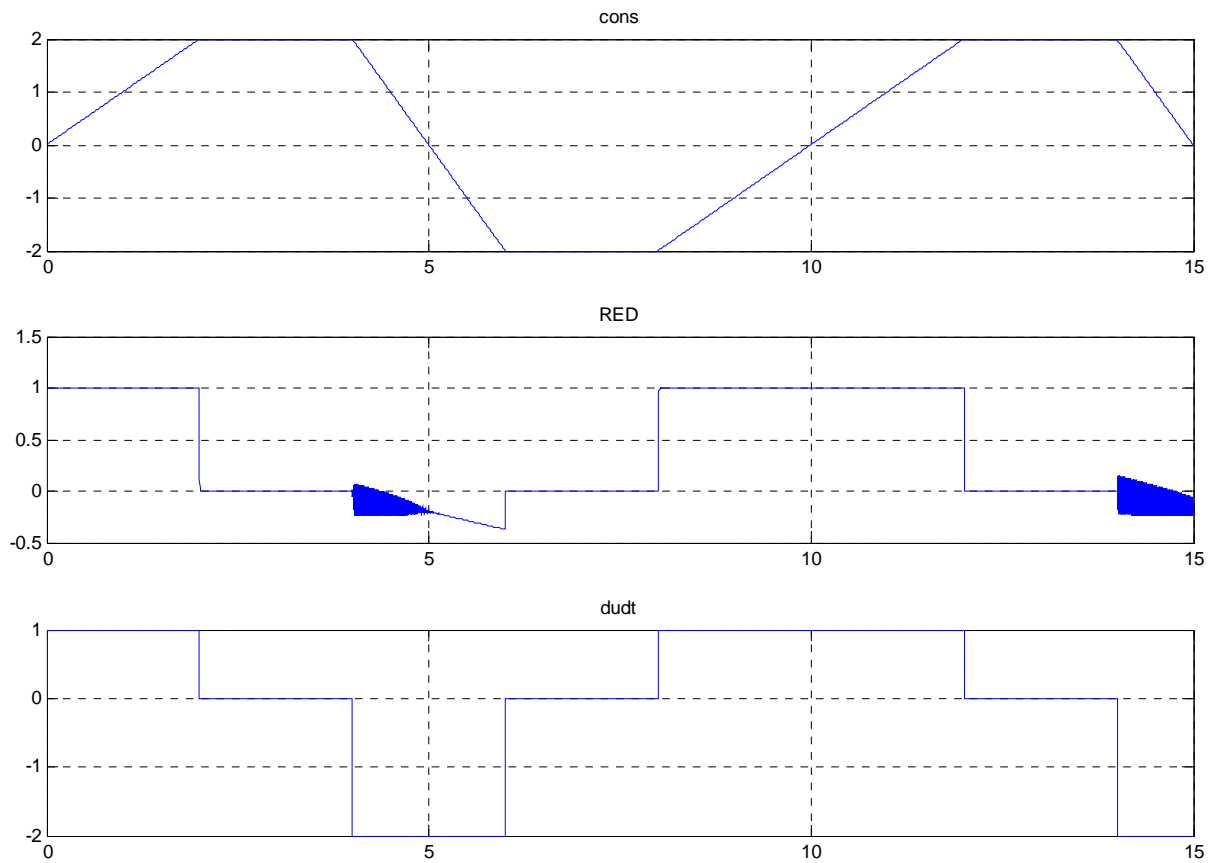


*Dans ce cas par contre, la différence de temps de calcul est quasi nulle.*

#### 4.2.10. EXTRA, Cas d'une entrée en rampe.

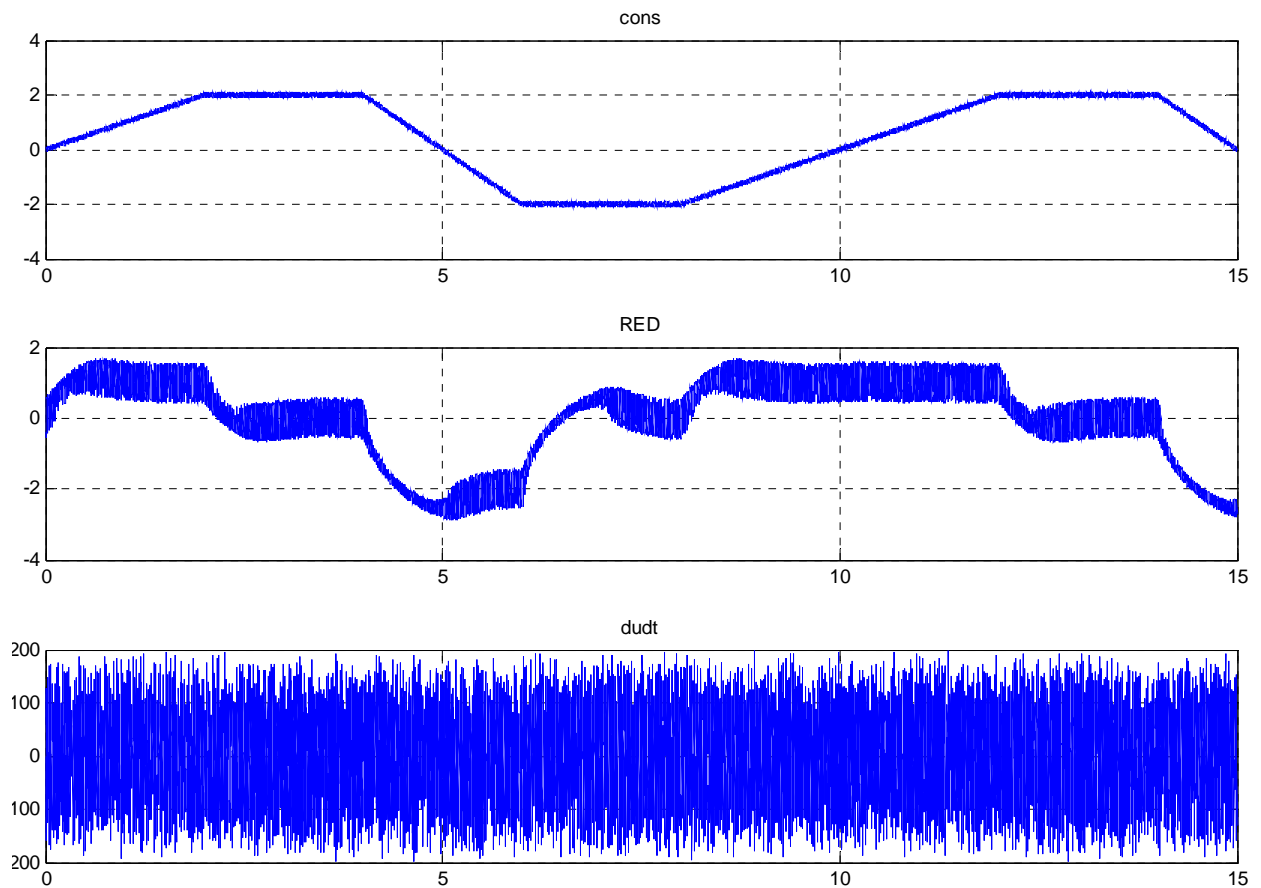
De façon analogue à l'entrée sinus, si le signal n'est pas bruité, il est préférable de choisir la toolbox du/dt.

Le meilleur résultat obtenu pour le RED est avec les coefficients  $\alpha=900$  et  $\lambda=2$ .



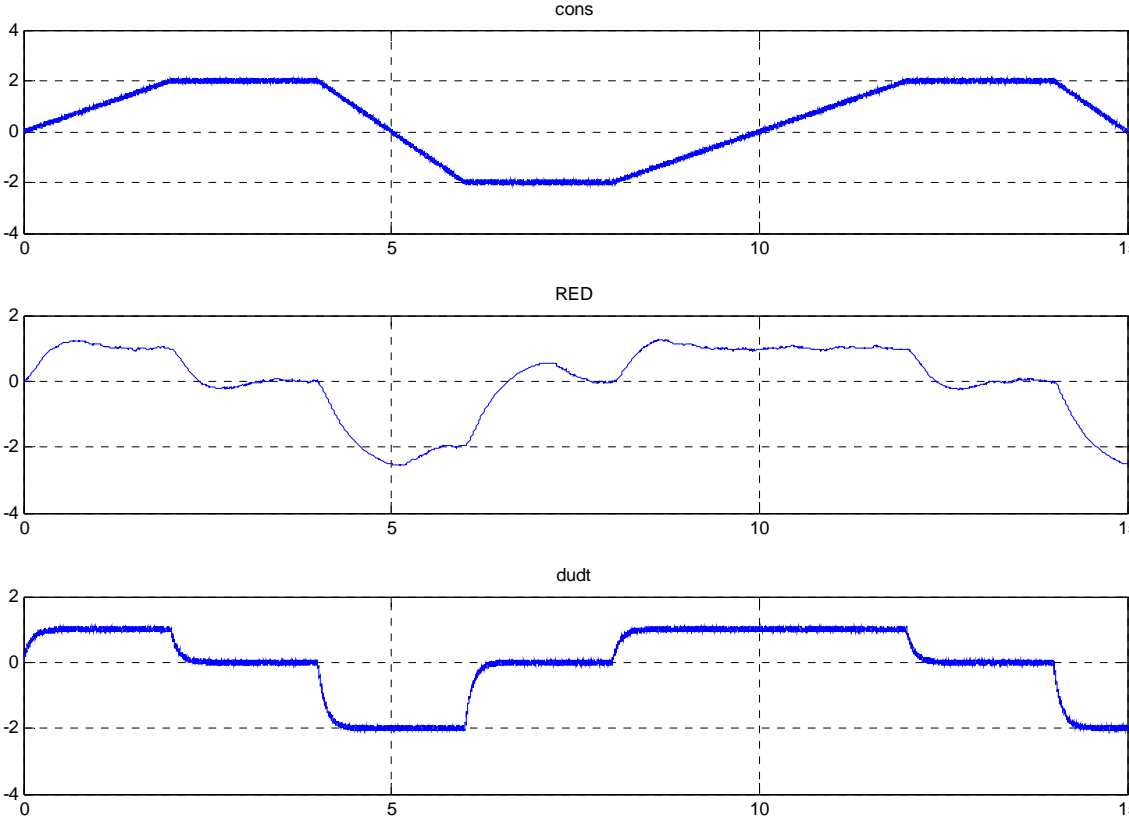
#### 4.2.11. EXTRA, Cas d'une entrée en rampe bruitée par un bruit blanc.

Le meilleur résultat obtenu pour le RED est avec les coefficients  $\alpha=2$  et  $\lambda=2$ .



Une fois de plus, sans filtrage, seul le RED donne un résultat exploitable. Il est sûr qu'à la cassure de la rampe la dérivée n'est pas définie. Mais ensuite elle serait, sans le bruit, constante.

En revanche avec le simple filtrage utilisé jusqu'ici, le tracé de du/dt est plus exploitable :



#### 4.2.12. Synthèse des résultats

Il est mis en évidence dans cette étude que l'intérêt du dérivateur RED réside dans sa robustesse. En effet sur des signaux continus dérivables et bruités, le RED permet, même sans aucun filtrage, de sortir une image exploitable de la dérivée. Cette dérivée est certes elle aussi bruitée, mais son allure est correcte. Et bien évidemment, un filtre passe bas permet de supprimer le bruit haute fréquence.

Son utilisation est également préconisée pour la dérivation de signaux continus non dérivables et bruités, à condition de ne pas filtrer les signaux de sortie.

### 4.3. Synthèse des correcteurs

#### 4.3.1. Correcteur mode glissant

C'est un correcteur non linéaire réputé pour être très robuste aux incertitudes du modèle. Il regroupe le guidage et pilotage en tangage et en vitesse agissant à la fois sur les gouvernes et sur la commande du moteur. Il est implémenté sous Simulink grâce à une Matlab fonction qui reçoit en entrée :

```
% braquage gouverne (rad)
delta=X(1);
%norme du vecteur vitesse (m/s)
V=X(2);
% pente vitesse véhicule (rad)
gamma=X(3);
% incidence véhicule (rad)
alpha=X(4);
% altitude véhicule (m)
h=X(5);
% vitesse de rotation du véhicule en tangage (rad/s)
q=X(6);
% richesse injectée ? ()
beta=X(7);
%dérivée / temps du braquage gouverne (rad/s)
betadot=X(8);
% intégrale de l'erreur
inte1=X(9);
inte2=X(10);
%consigne et leurs dérivées
Vd=X(11);
Vddot=X(12);
Vddotdot=X(13);
Vddot3=X(14);
hd=X(15);
hddot=X(16);
hddotdot=X(17);
hddot3=X(18);
hddot4=X(19);
```

Il fournit en sortie :

```
%position de la gouverne
Y(1)=deltac;
%commande moteur
Y(2)=betac;
% valeur des erreurs
Y(3)=e1;
Y(4)=e2;
% valeur des surfaces
Y(5)=s1;
Y(6)=s2;
```

Pour le code en entier cf. sliding\_mode\_controller.m dans les annexes.

Tous les détails de l'architecture de ce pilote sont expliqués dans l'article. Cependant l'idée générale est de maintenir systématiquement la stabilité face à des incertitudes et ce pilote fonde la condition d'existence de la surface de glissement sur la fonction de Lyapounov. Le problème est de trouver le vecteur de commande qui force la cellule à suivre la consigne.

### Avantages / Inconvénients

- + Il n'est pas nécessaire de linéariser la cellule afin de régler le correcteur.
- + Il n'est pas nécessaire de faire varier les paramètres du pilote en fonction du point de vol considéré. Ainsi le réglage n'est plus réalisé autour d'un point de vol mais pour l'ensemble du domaine de vol.
- + Ce correcteur est très robuste aux incertitudes sur les paramètres de la cellule (exemple : incertitude sur la masse, l'inertie etc.)
- + La cellule à piloter peut être indépendamment stable ou instable (i.e. la marge statique peut être positive ou négative), l'architecture du pilote sera la même.
- Il est nécessaire d'implémenter la plupart des caractéristiques de la cellule dans le pilote et tout cela de façon dissociée de l'implémentation du modèle de la cellule. Ainsi par exemple les coefficients aérodynamiques doivent être recalculés par le pilote et ne doivent pas être fournis par le modèle de la cellule.
- Temps de simulation long lié une architecture lourde et à l'appel d'une toolbox Matlab function.
- Sensibilité aux conditions initiales.

### Méthode de réglage

Le réglage de ce correcteur se fait à l'aide de 6 paramètres, 3 pour chaque degré de commande. La technique de réglage de ces paramètres peut être compliquée car ils interagissent les uns sur les autres.

Les trois paramètres sont :

$k$ , paramètre qui détermine en partie

Le temps d'établissement : si  $k \nearrow$  alors le temps tel que  $e(t)=0 \searrow$   
 L'overshoot : si  $k \searrow$  alors l'overshoot  $\searrow$

Ce paramètre est limité par la bande passante de l'actionneur et ses saturations. En effet si  $k$  prend des valeurs trop importantes la commande de la gouverne oscille trop rapidement (chattering).

$\lambda$ , paramètre qui détermine en partie

Le temps d'établissement : si  $\lambda \nearrow$  alors le temps tel que  $e(t)=0 \searrow$   
 Le temps pour annuler la surface : si  $\lambda \nearrow$  alors le temps tel que  $S(t)=0 \nearrow$

Il est à noter que le temps nécessaire pour annuler la surface n'est pas un facteur décisif. Dans le cas de la commande en altitude, il est possible d'avoir un profil de suivi de commande très correct sans que la surface soit nulle. Notons qu'il n'est pas nécessaire d'avoir l'intégrale de l'erreur nulle pour avoir une erreur permanente nulle.

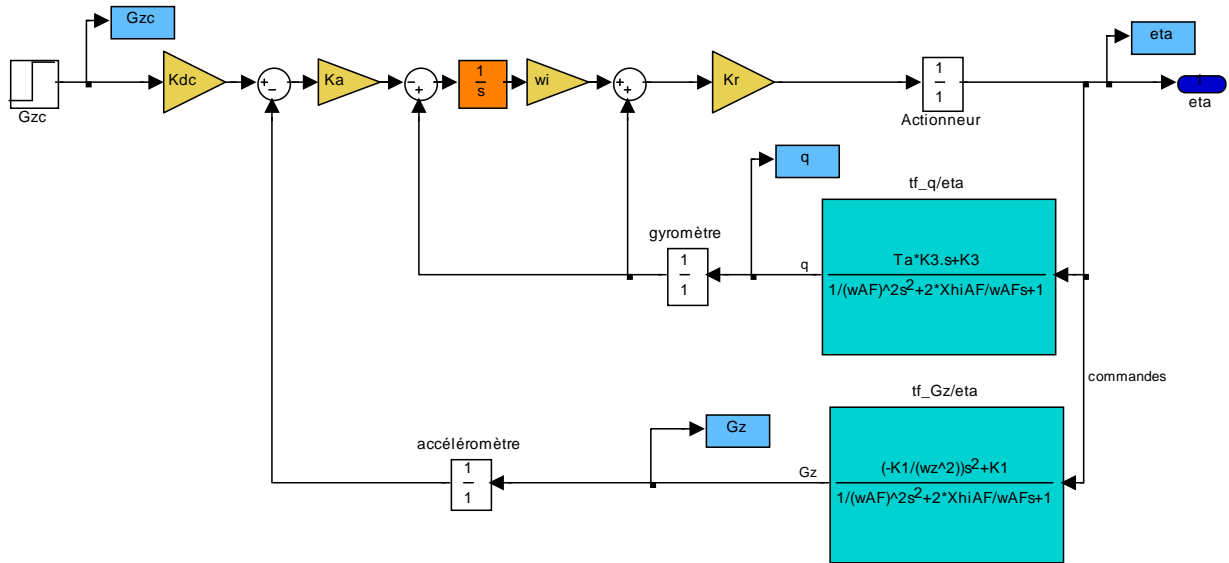
$\phi$ , paramètre qui détermine en partie

La tolérance autour de la surface : si  $\phi \searrow$  alors la tolérance  $\searrow$   
 Le chattering : si  $\phi \searrow$  alors le chattering  $\nearrow$



### 4.3.2. Correcteur 3 boucle Zarchan

Méthode de Zarchan (Paul ZARCHAN, Tactical and Strategic Missile Guidance Third Edition, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston (Virginia), 1997)



Cette méthode permet, à partir d'un modèle linéaire de la cellule aérodynamique en tangage, et en se donnant une spécification sous la forme :

- temps de réponse souhaité,
- fréquence de coupure en boucle ouverte souhaitée,
- amortissement souhaité

d'obtenir formellement la valeur des gains de l'asservissement.

Ici nous avons :

$$\bullet G_3 : \frac{q}{\eta} = \frac{K_3 \cdot (1 + Ta \cdot s)}{\left(1 + \frac{2 \cdot \xi_{AF}}{\omega_{AF}} \cdot s + \frac{s^2}{\omega_{AF}^2}\right)}$$

$$\bullet G_1 : \frac{\Gamma_z}{\eta} = \frac{K_1 \cdot \left(1 - \frac{s^2}{\omega_z^2}\right)}{\left(1 + \frac{2 \cdot \xi_{AF}}{\omega_{AF}} \cdot s + \frac{s^2}{\omega_{AF}^2}\right)}$$

Et nous recherchons les valeurs de  $K_r$ ,  $\omega_l$ ,  $K_a$  et  $K_{dc}$  afin d'avoir une boucle stable respectant les spécifications de temps de réponse, d'amortissement et de bande passante pour les fonctions de transfert  $\frac{q}{\eta}$  et  $\frac{\Gamma_z}{\eta}$ .

- Calculs de  $M_\alpha$ ,  $M_\delta$ ,  $Z_\alpha$ ,  $Z_\delta$ :

$$M_\alpha = \frac{Q \cdot Sref \cdot d \cdot C_{M\alpha}}{I_{yy}}$$

$$M_\delta = \frac{Q \cdot Sref \cdot d \cdot C_{M\delta}}{I_{yy}}$$

$$Z_\alpha = -\frac{g \cdot Q \cdot Sref \cdot C_{N\alpha}}{W \cdot V_M}$$

$$Z_\delta = -\frac{g \cdot Q \cdot Sref \cdot C_{N\delta}}{W \cdot V_M}$$

- Calcul de  $\omega_0$ :

$$\omega = \frac{T \cdot \omega_{cr} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot \xi_{AF} \cdot \omega_{AF}}{\omega_{cr}}\right) - 1}{2 \cdot \xi \cdot T}$$

$$\omega_0 = \frac{\omega}{\sqrt{\omega_{cr}}}$$

- Calcul de  $T_a$ :

$$T_a = \frac{M_\delta}{M_\alpha \cdot Z_\delta - Z_\alpha \cdot M_\delta}$$

- Calcul de  $K_c$ :

$$\xi_0 = \frac{1}{2} \cdot \omega_0 \cdot \left( \frac{2 \cdot \xi}{\omega} + T + \frac{1}{K_0} \right) = \frac{1}{2} \cdot \omega_0 \cdot \left[ \frac{2 \cdot \xi}{\omega} + T - \frac{\omega_{AF}^2}{\omega_{cr} \cdot \omega_0^2} \right]$$

$$K_c = \frac{-\left(\frac{\omega_0^2}{\omega_z^2}\right) - 1 + 2 \cdot \xi_0 \cdot \omega_0 \cdot T_a}{1 - 2 \cdot \xi_0 \cdot \omega_0 \cdot T_a + \omega_0^2 \cdot T_a^2}$$

- Calcul de  $K_a$ :

$$K_a = \frac{K_3}{K_c \cdot K_1}$$

- Calcul de  $\omega_l$ :

$$\omega_l = \frac{T_a \cdot K_c \cdot \omega_0^2}{1 + K_c + \frac{\omega_0^2}{\omega_z^2}}$$

- Calcul de  $K_0$  :

$$K_0 = -\frac{\omega^2}{T \cdot \omega_{AF}^2}$$

- Calcul de  $K_1$  :

$$K_1 = \frac{K}{K_a \cdot \omega_I}$$

- Calcul de  $K$  :

$$K = \frac{K_0}{K_1 \cdot (1 + K_c)}$$

- Calcul de  $K_R$

$$K_R = \frac{K}{K_a \cdot \omega_I}$$

- Calcul de  $K_{dc}$  :

$$K_{dc} = 1 + K_c$$

Et après calcul des fonctions de transfert obtenues par linéarisation, nous obtenons directement les valeurs des paramètres du pilote. Cette méthode a été adaptée afin de pouvoir prendre en compte aussi des cellules instables i.e. cellules où la marge statique est négative. Ainsi le code détecte si la cellule est instable grâce au signe de Malpha. Si Malpha est positif la cellule est stable et le code Zarchan s'applique normalement. En revanche si Malpha est négatif la cellule est instable alors le code considère waf et xaf comme imaginaire pure. Puis le code Zarchan se déroule ensuite normalement.

```
if malpha>0
```

```
    disp('La cellule est instable i.e. la marge statique est négative')
```

```
    waf = sqrt(-1) * imag(waf);
```

```
    zaf = sqrt(-1) * imag(zaf);
```

```
else
```

```
    disp('La cellule est stable i.e. la marge statique est positive')
```

```
end
```

Pour le code en entier cf. zarchan\_cha.m

Dans toute l'étude les paramètres requis pour la cellule sont :

```
% constante de temps souhaitée (s)
```

```
tau=.3;
```

```
% pulsation de coupure (rad/s)
```

```
wcr=10;
```

```
% amortissement désiré
```

```
xi=0.7;
```

**Avantages / Inconvénients**

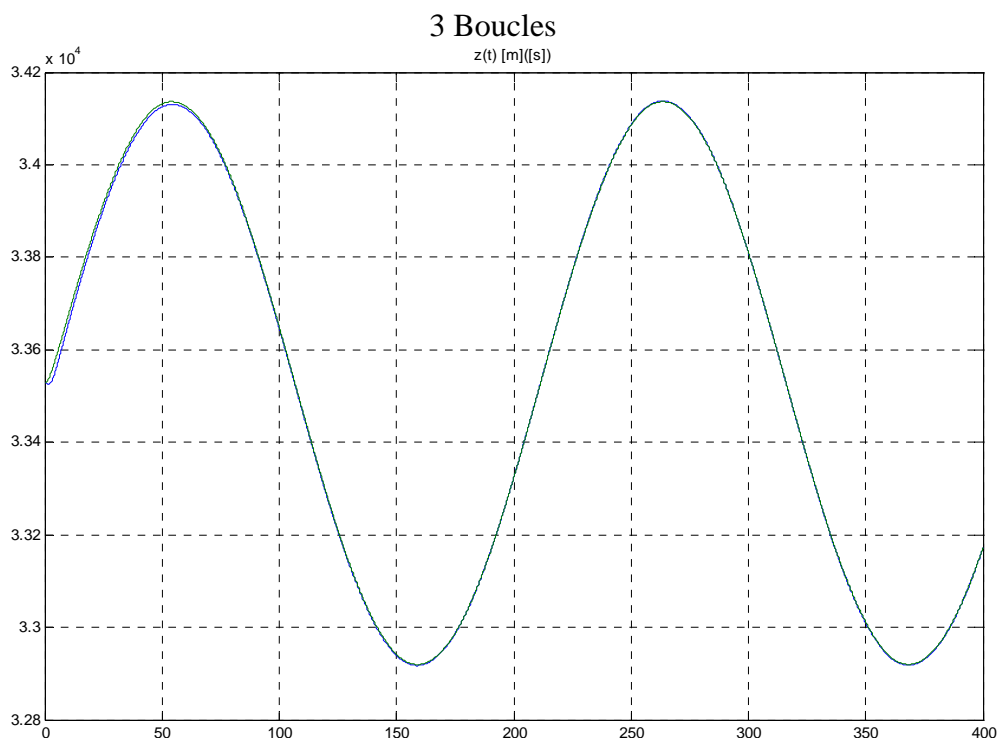
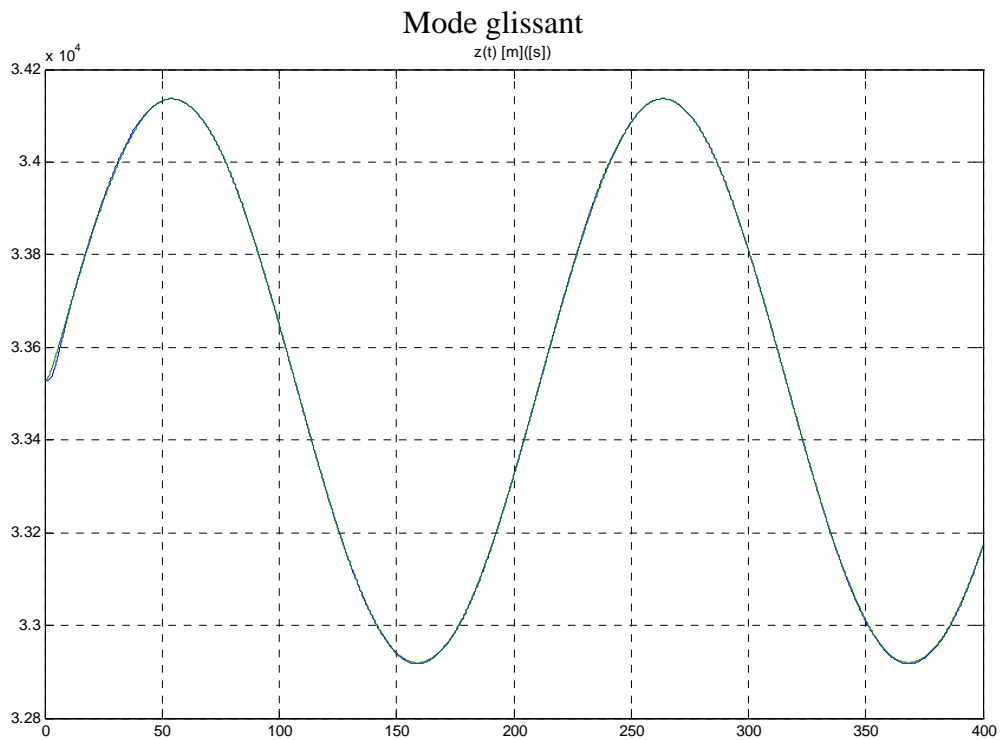
- + Ce correcteur est assez simple, connu et éprouvé.
- + Ce correcteur possède une méthode systématique du réglage des paramètres, ainsi il ne fait pas appel à des itérations manuelles pour suivre le cahier des charges.
- + Ce correcteur est robuste aux bruits des senseurs (accéléromètres, gyromètres...).
- + La cellule à piloter peut être indépendamment stable ou instable (i.e. la marge statique peut être positive ou négative), l'architecture du pilote sera la même.
  
- Il est nécessaire de linéariser la cellule afin de régler le correcteur.
- Il est nécessaire de tabuler les gains afin de permettre un bon contrôle sur toute la plage de fonctionnement de la cellule (exemple de mach 2 à mach 15, il faudra calculer plus d'une dizaine de gains).
- Il est nécessaire d'implémenter toutes les caractéristiques de la cellule dans le pilote et tout cela de façon dissociée du modèle de la cellule. Ainsi par exemple les linéarisations des fonctions de transfert doivent être implémentées dans le pilote et ne doivent pas être fournies par le modèle de la cellule.
- Ce correcteur est sensible aux conditions initiales.

#### 4.4. Comparaison des pilotes sur le modèle le plus simple.

Dans cette partie les modèles sont exacts, les signaux ne sont pas bruités et les consignes sont juste lissées par un 1<sup>er</sup> ordre avec une constante de temps de 2 secondes. L'amplitude des variations est de 2000 ft et de 100 ft/s.

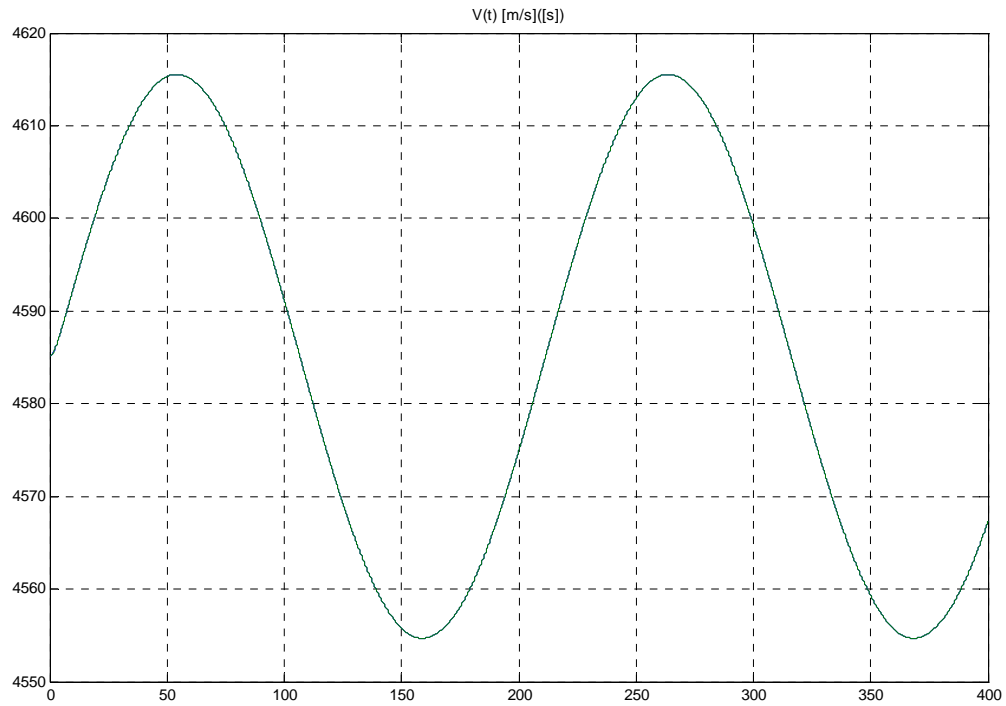
Nous comparerons des consignes sinusoïdales et des consignes en rampe. Il serait hasardeux de simuler des variations d'amplitude plus grandes ne connaissant pas les limites de validation du modèle de la cellule.

##### 4.4.1. Consigne sinusoïdale en altitude

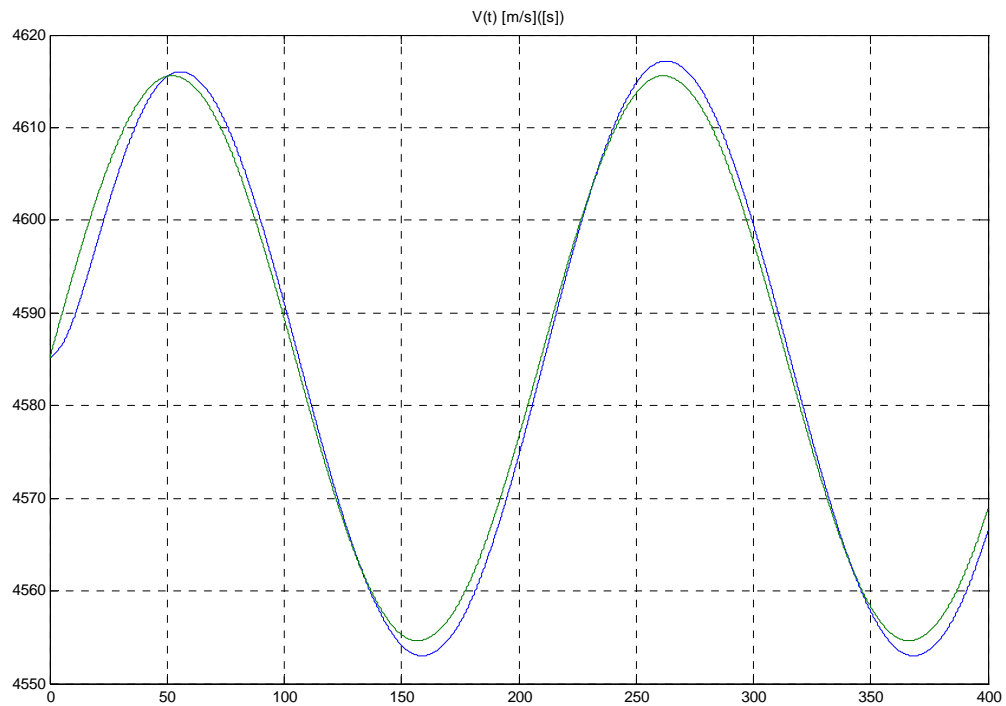


4.4.2. Consigne sinusoïdale en vitesse

Mode glissant

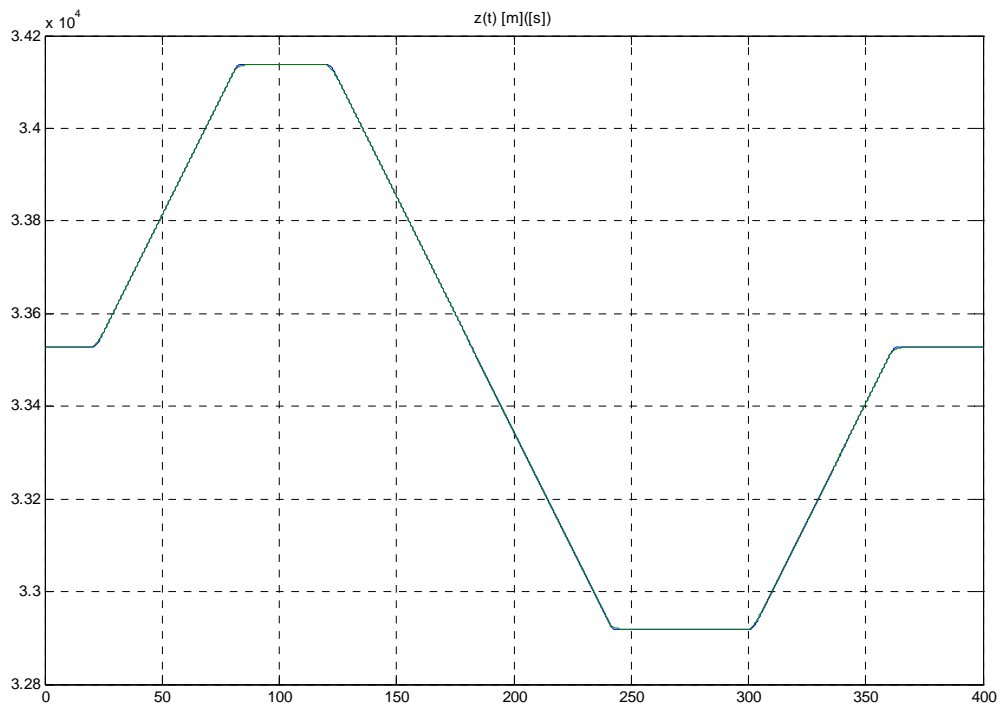


3 Boucles

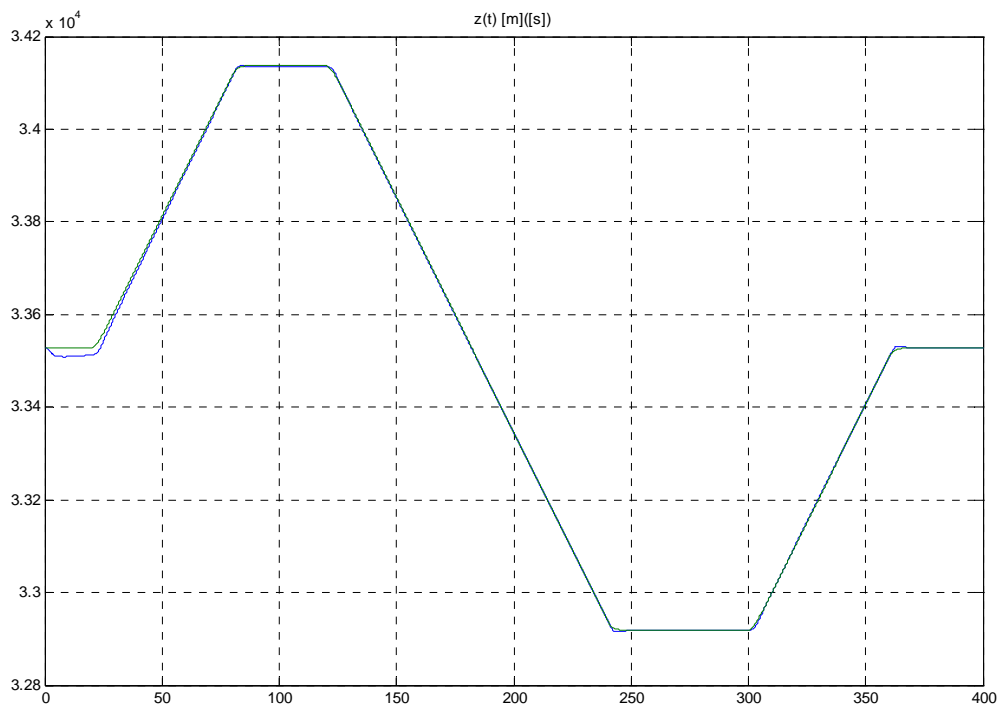


### 4.4.3. Consigne rampe en altitude

#### Mode glissant

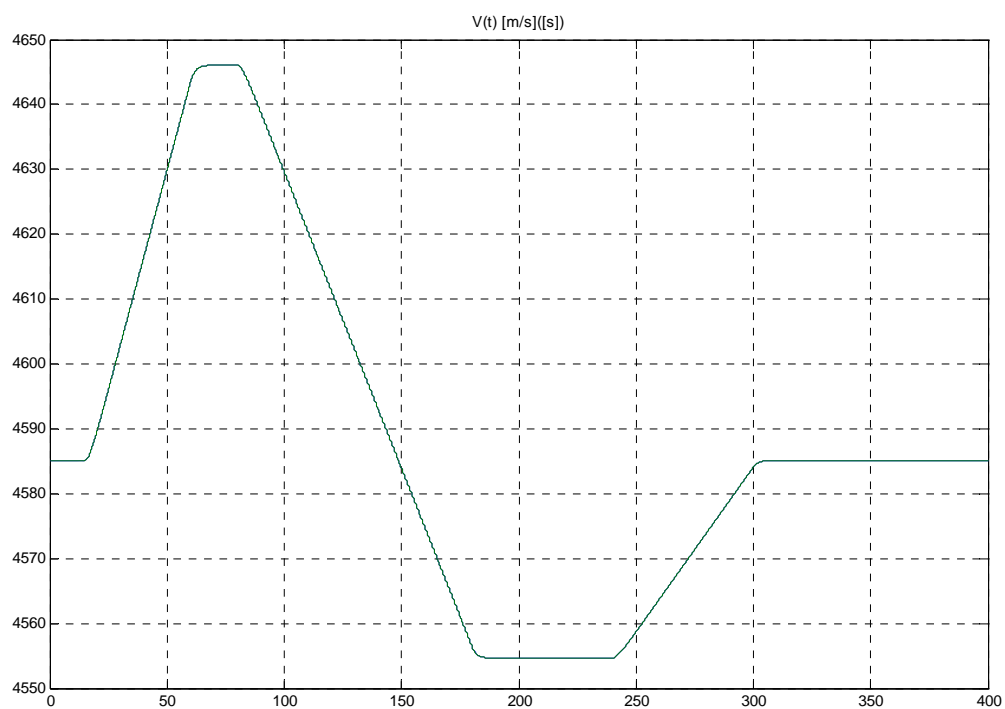


#### 3 Boucles

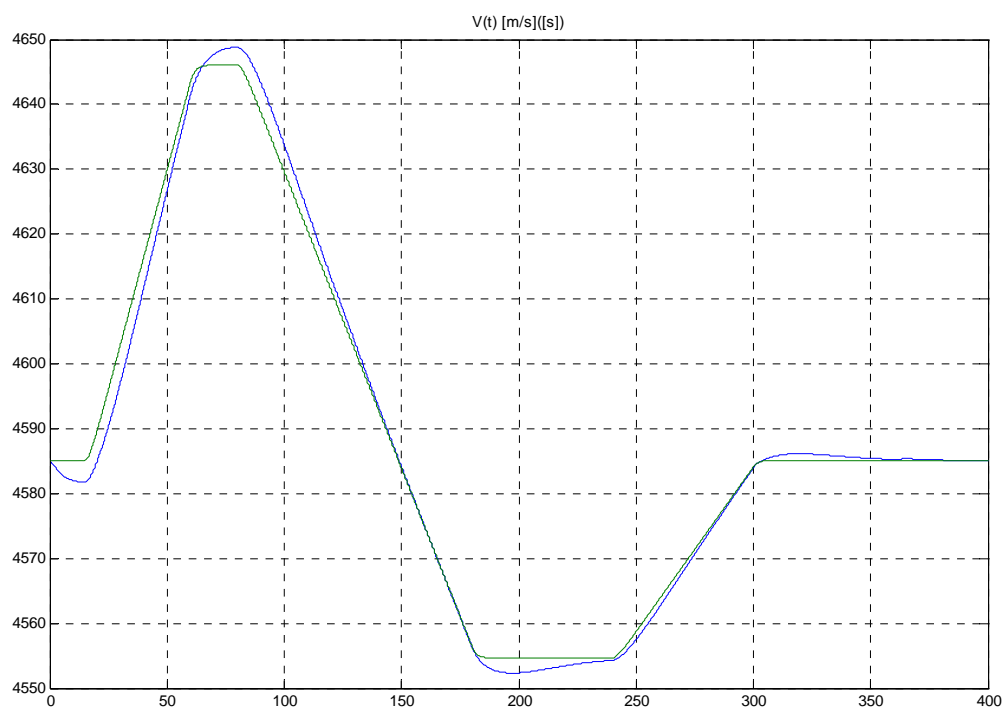


#### 4.4.4. Consigne rampe en vitesse

##### Mode glissant



##### 3 Boucles





#### 4.5. Comparaison des pilotes sur le modèle incertain.

Dans cette partie les modèles ne sont plus exacts, les incertitudes représentant le cas le plus défavorable sont implémentées.

Ainsi les incertitudes sont réparties de la façon suivante :

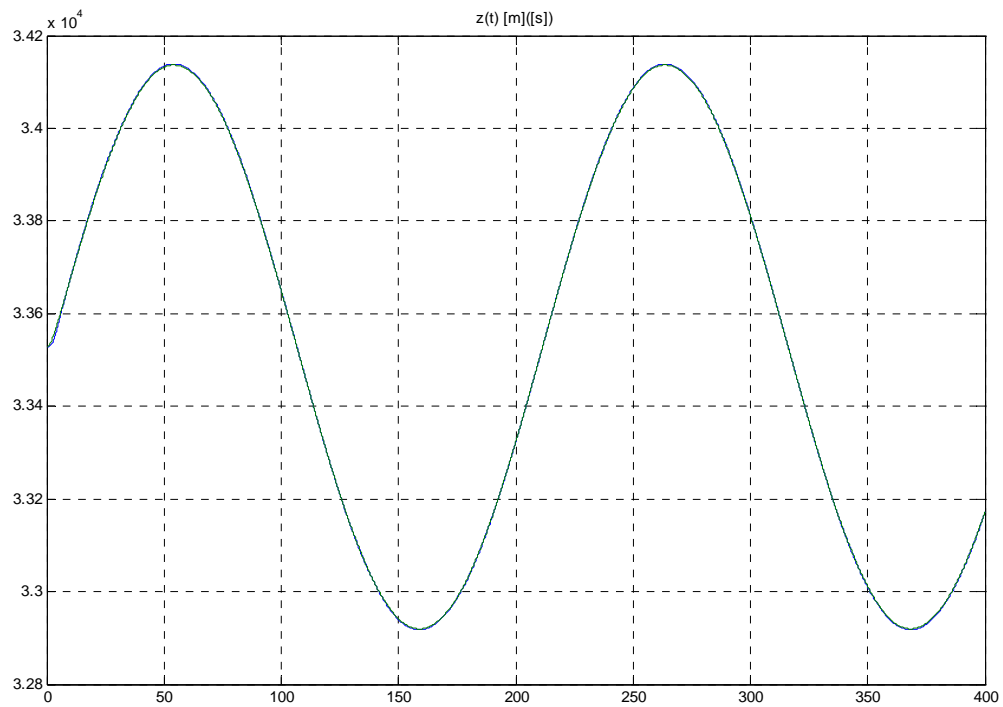
- -3% sur la masse
- -2% sur le module de l'inertie
- +1% sur la surface de référence
- +1% sur la corde moyenne aérodynamique
- +6% sur la masse volumique de l'air
- +3% sur l'efficacité de braquage  $C_e$
- +10% sur la contribution de  $\alpha$  au moment de tangage  $C_{m\alpha}$

Cependant les signaux ne sont pas bruités et les consignes sont juste lissées par un 1<sup>er</sup> ordre avec une constante de temps de 2 secondes. L'amplitude des variations est de 2000 ft et de 100 ft/s.

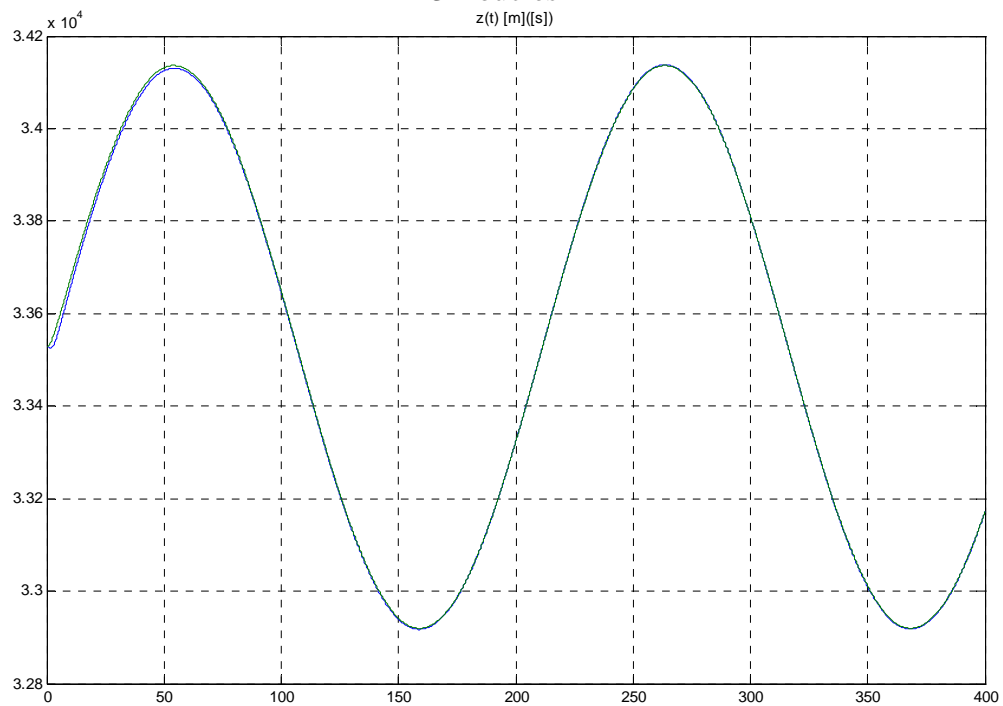
Nous comparerons des consignes sinusoïdales et des consignes en rampe. Il serait hasardeux de simuler des variations d'amplitude plus grandes ne connaissant pas les limites de validation du modèle de la cellule.

4.5.1. Consigne sinusoïdale en altitude

Mode glissant

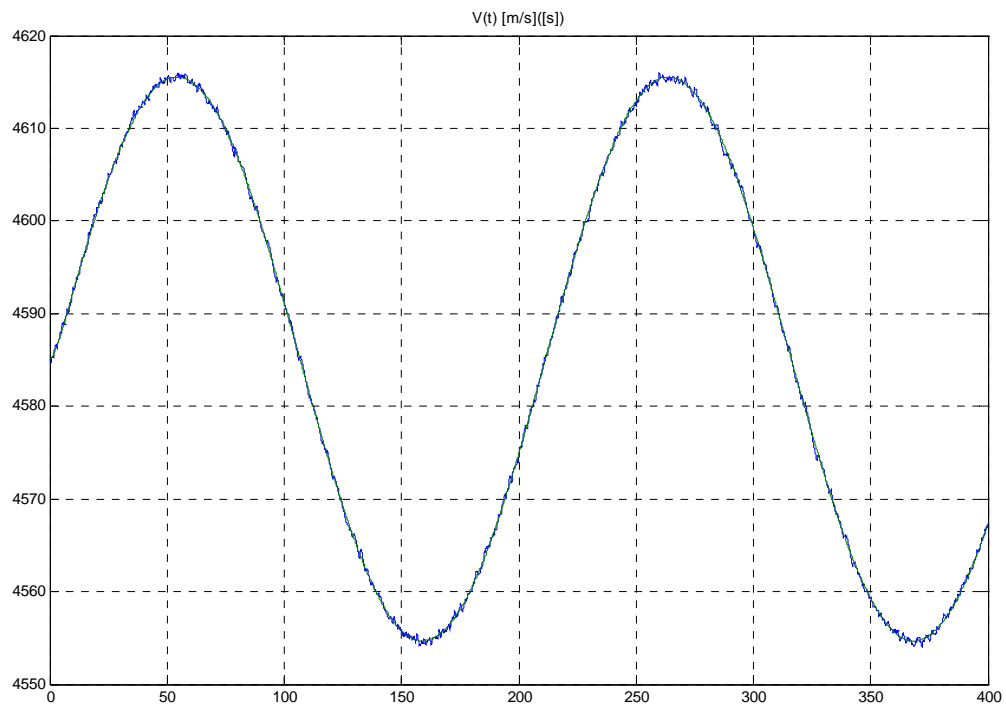


3 Boucles

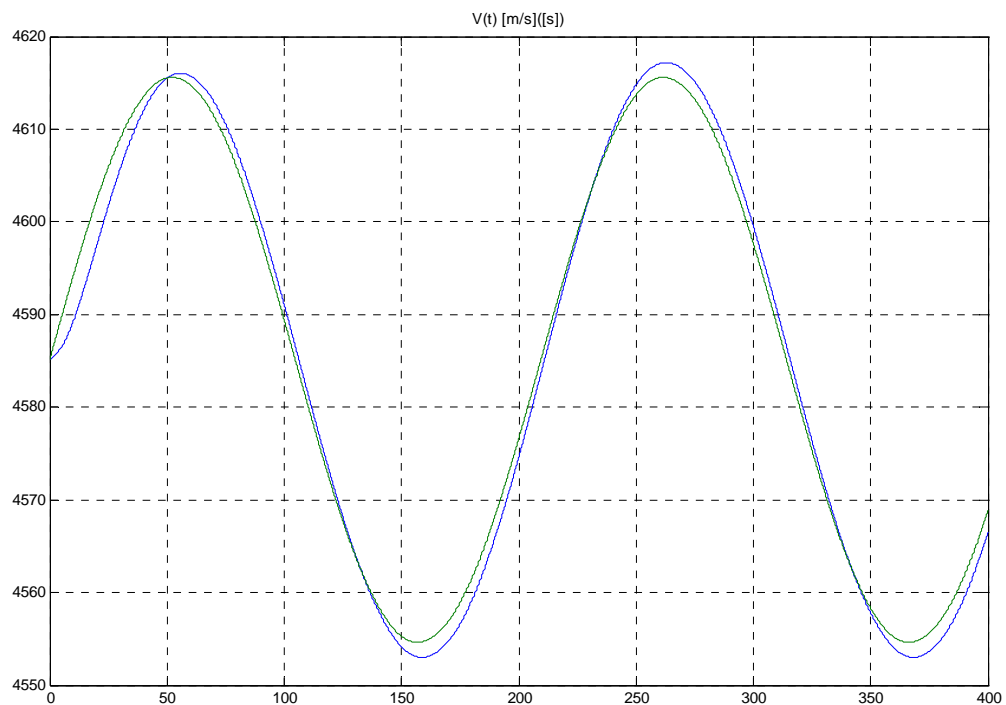


#### 4.5.2. Consigne sinusoïdale en vitesse

##### Mode glissant

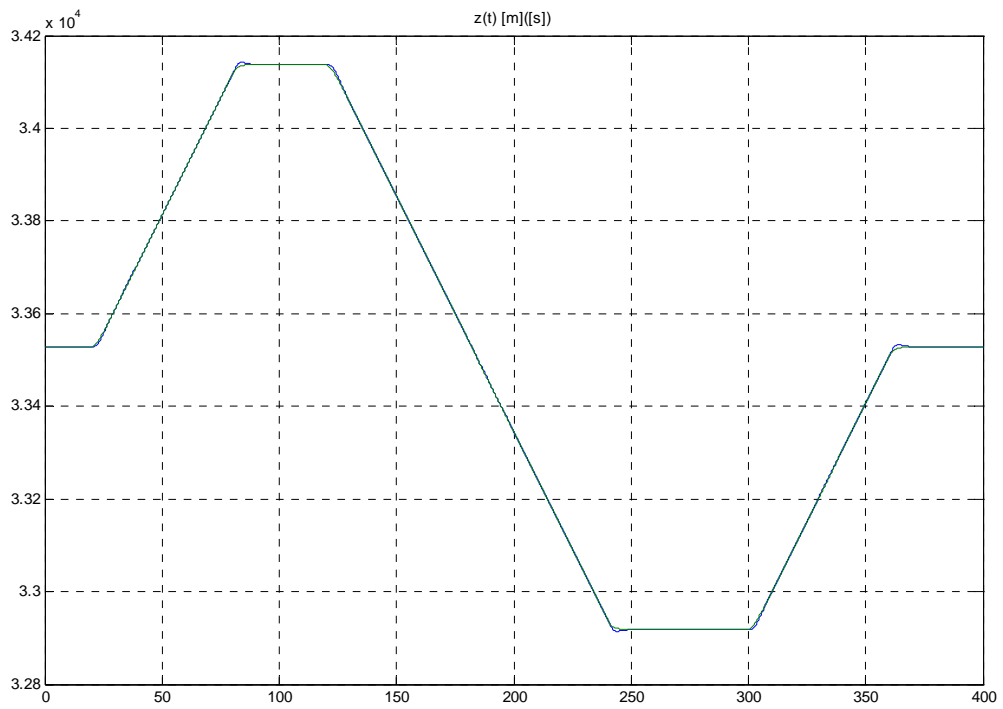


##### 3 Boucles

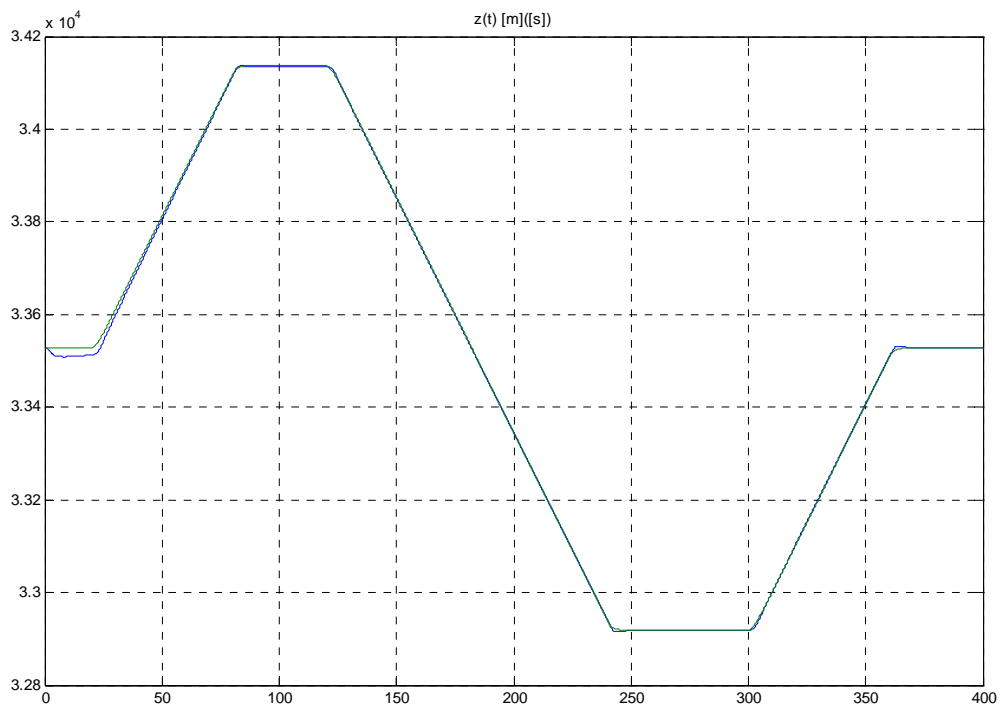


### 4.5.3. Consigne rampe en altitude

#### Mode glissant

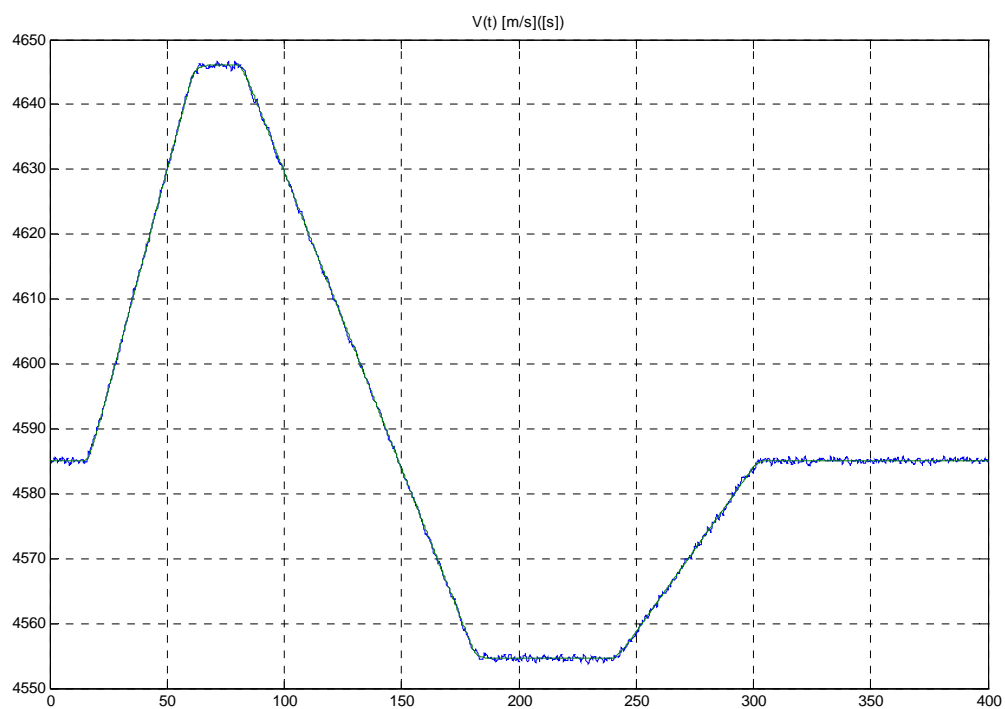


#### 3 Boucles

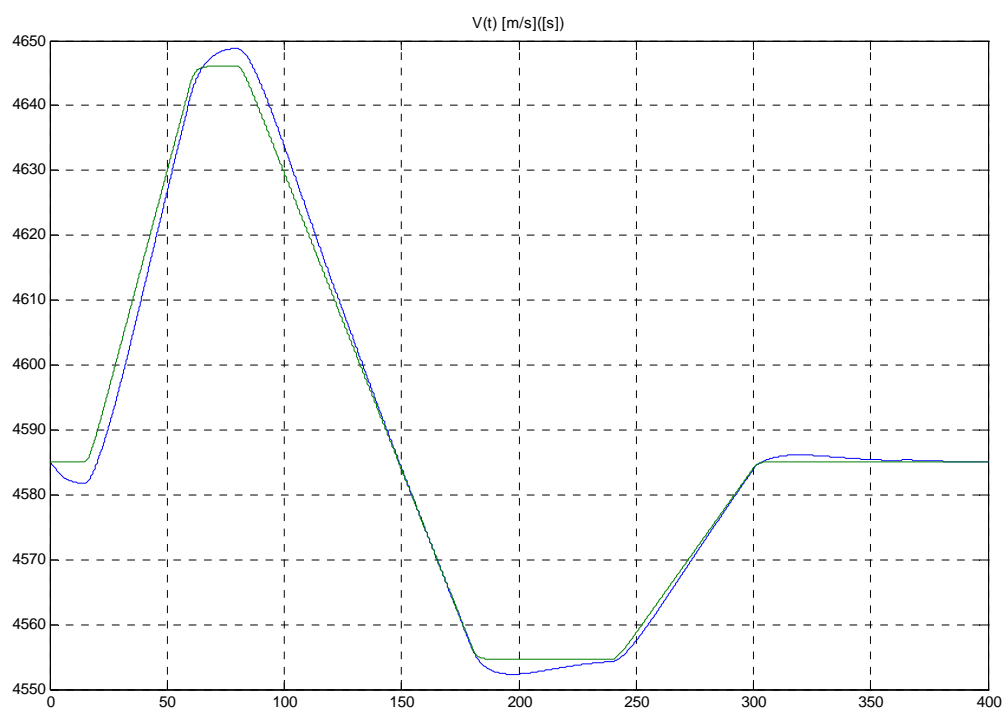


#### 4.5.4. Consigne rampe en vitesse

##### Mode glissant



##### 3 Boucles

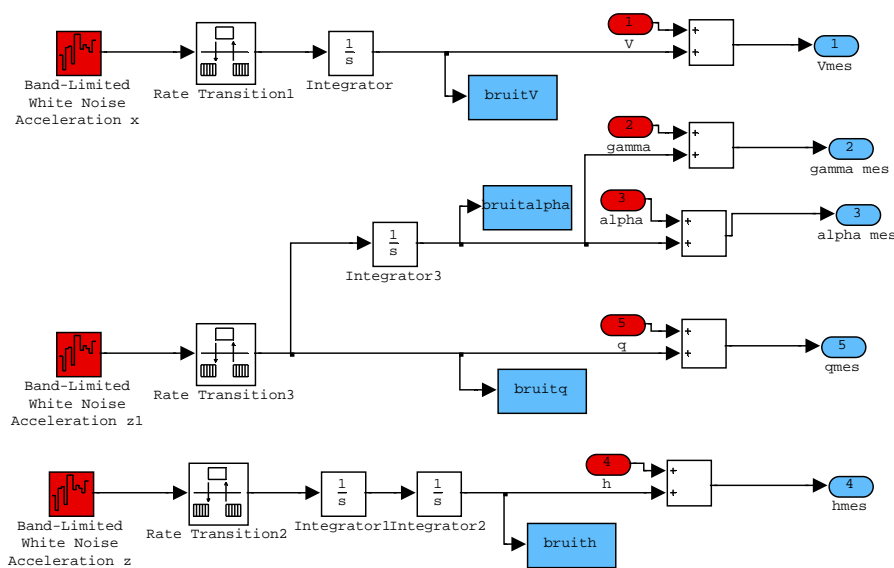
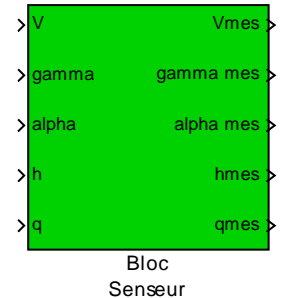


#### 4.6. Comparaison des pilotes sur le modèle complet.

Le modèle complet sous-entend le fait de prendre en compte :

- Les incertitudes précédentes
- Le couplage entre poussée et moment de tangage
- La variation de rendement de l'entrée d'air avec l'incidence
- Le bloc senseur

Pour simuler le bruit des senseurs un bloc senseur a été adjoint à l'entrée du pilote. Comme les données qui sortent du modèle de la cellule sont parfaites, ce bloc simule les imperfections dues à la mesure de chaque grandeur.



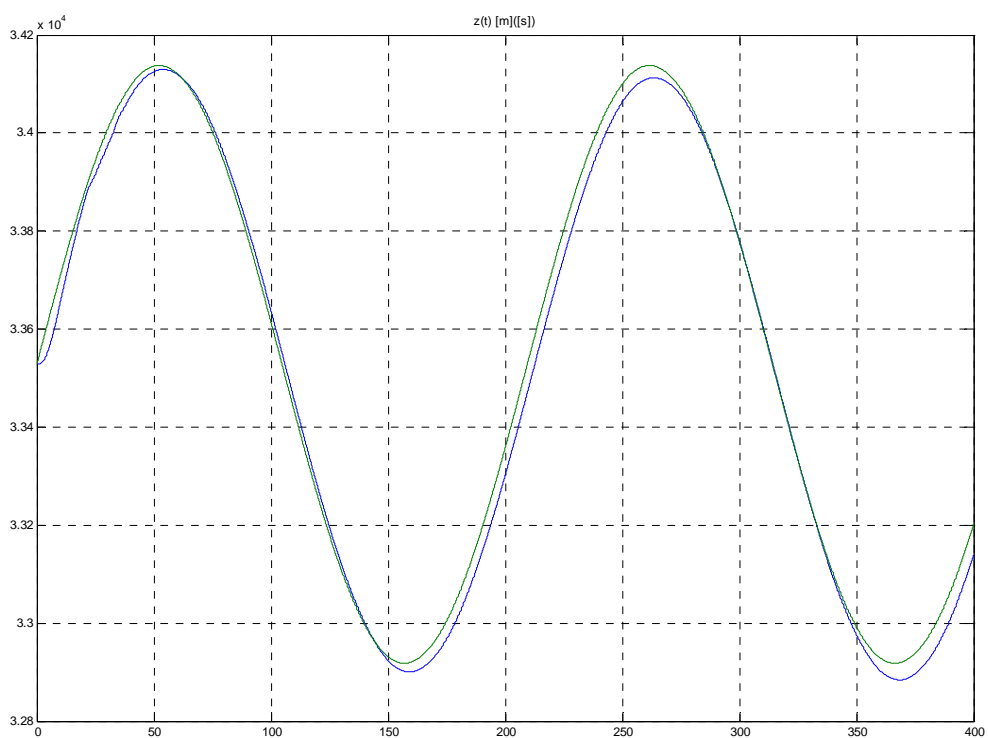
Les caractéristiques de ce bloc senseur sont moyennes et non filtrées. Il est considéré que les informations sont échantillonnées à 100Hz.

L'amplitude du bruit est :

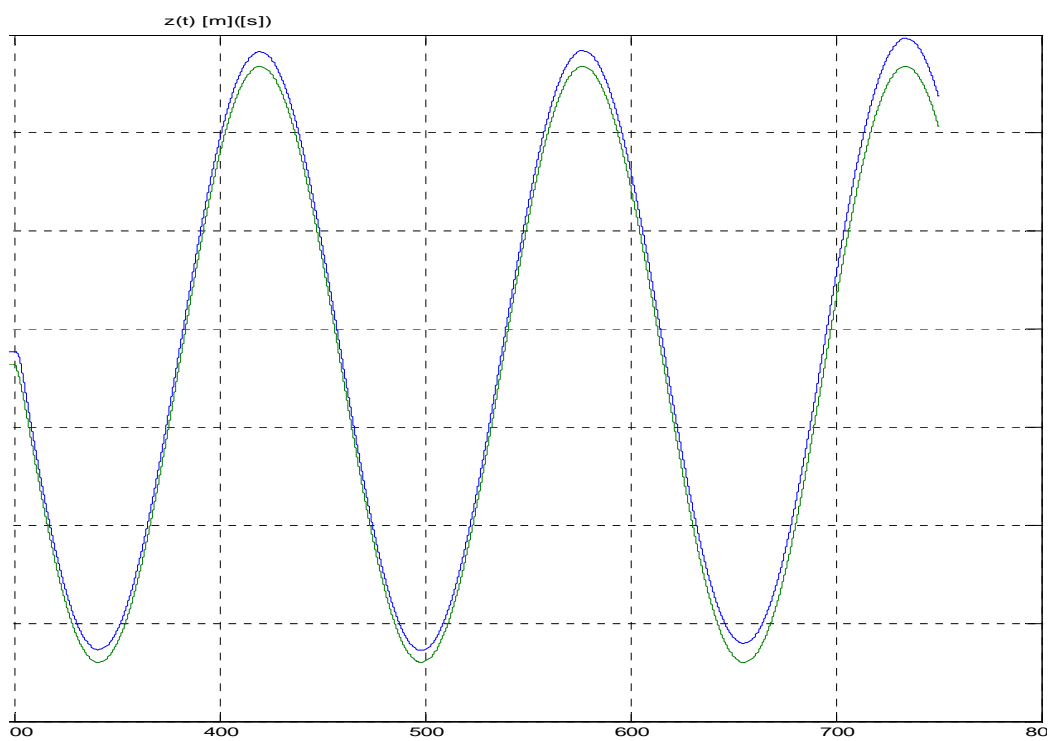
- pour l'accélération suivant x de 0.1 m/s et la vitesse est obtenue en l'intégrant une fois.
- pour l'accélération suivant z de 0.1 m/s et l'altitude est obtenue en l'intégrant deux fois.
- pour la vitesse angulaire suivant y de 1e-4 rad/s et les angles alpha et gamma sont obtenus en l'intégrant une fois.

### 4.6.1. Consigne sinusoïdale en altitude

#### Mode glissant

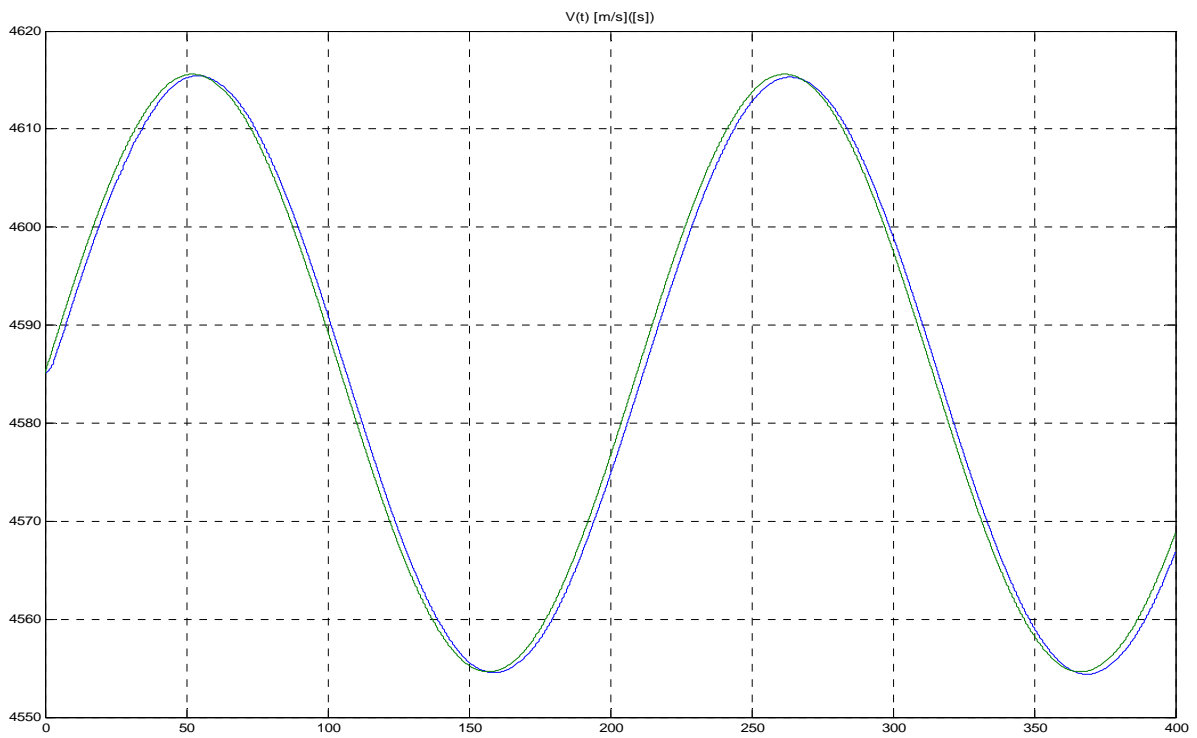


#### 3 Boucles

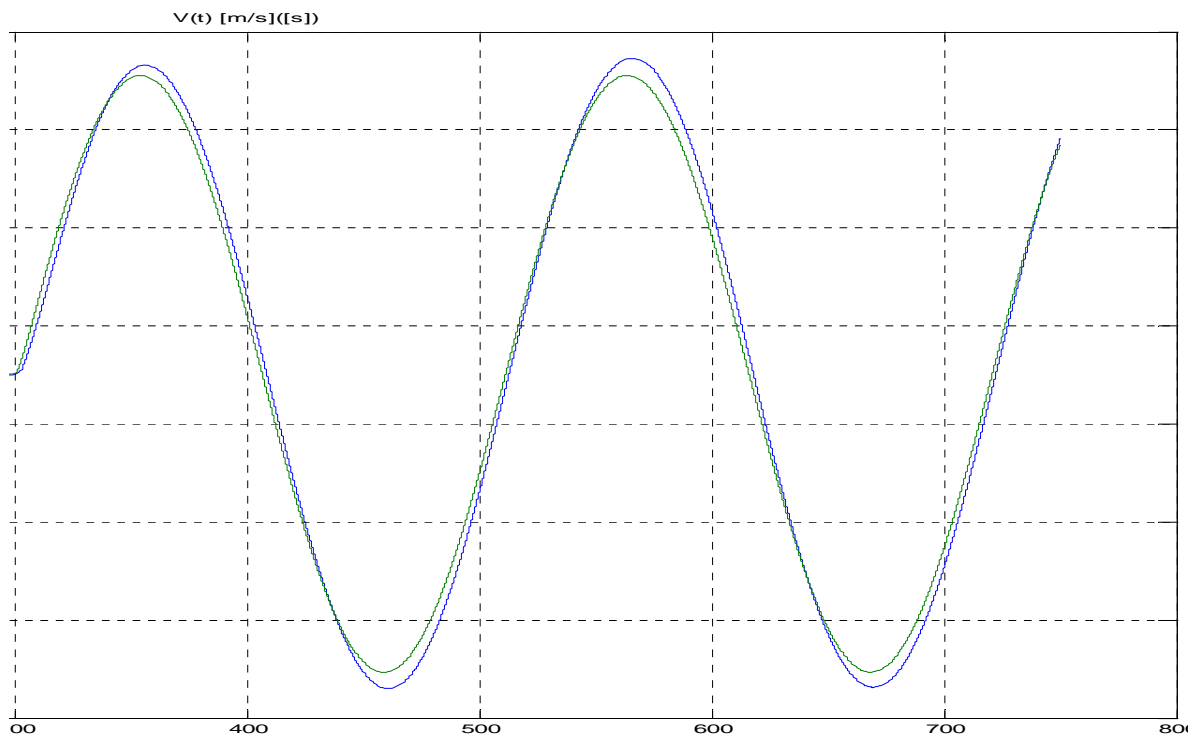


4.6.2. Consigne sinusoïdale en vitesse

Mode glissant



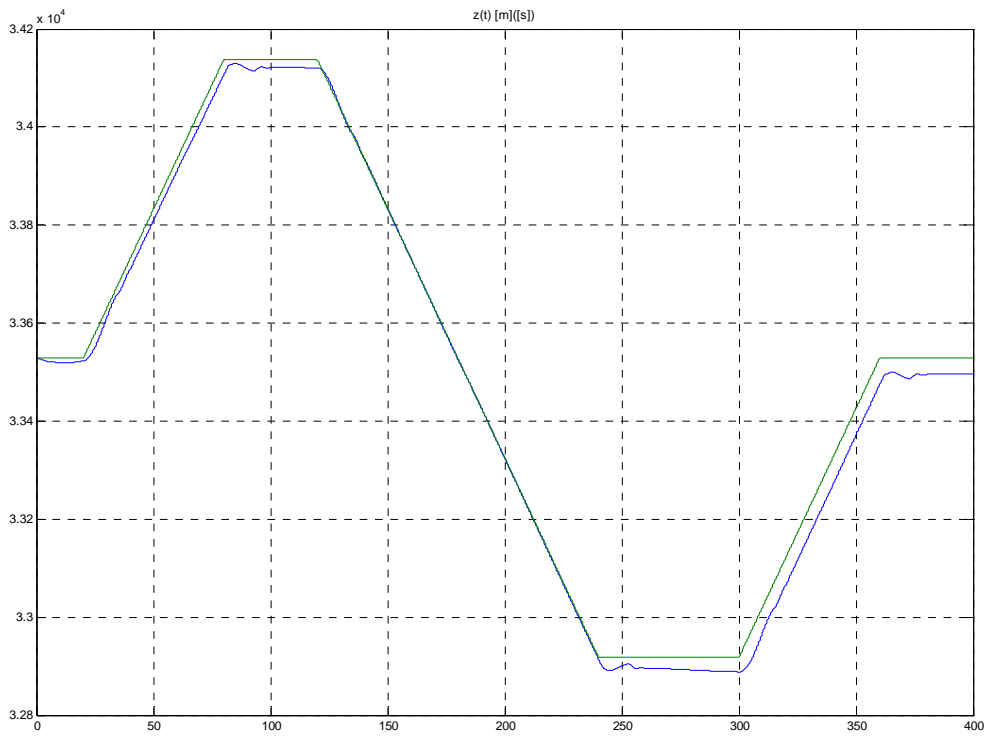
3 Boucles



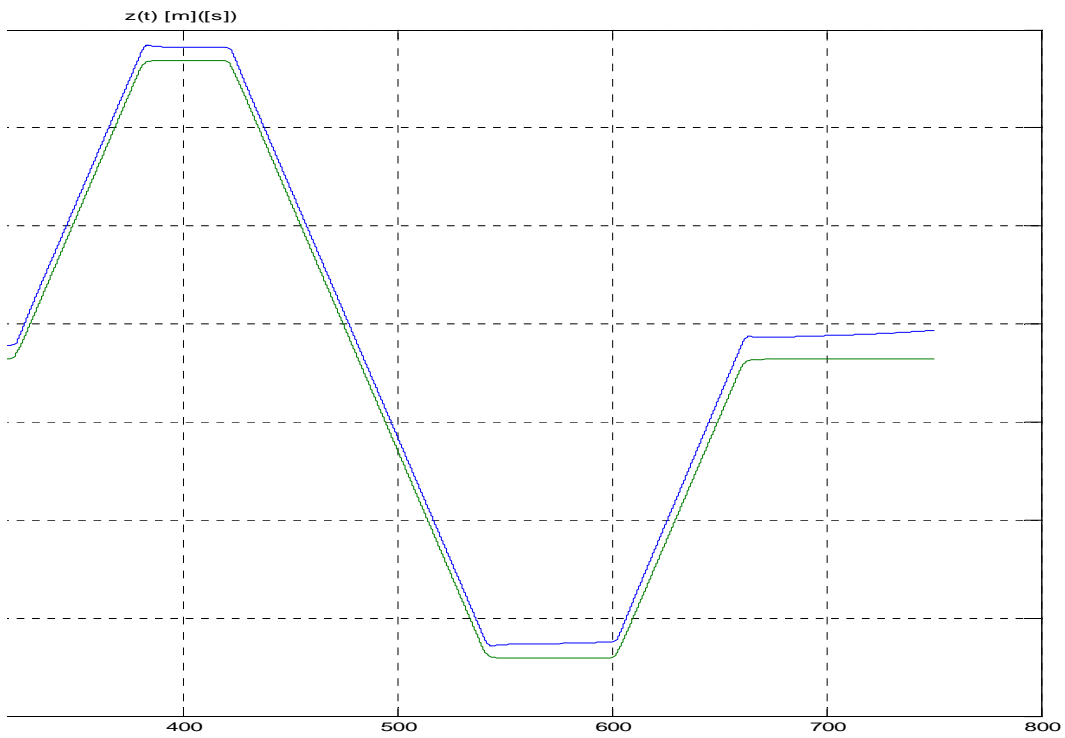


### 4.6.3. Consigne rampe en altitude

Mode glissant

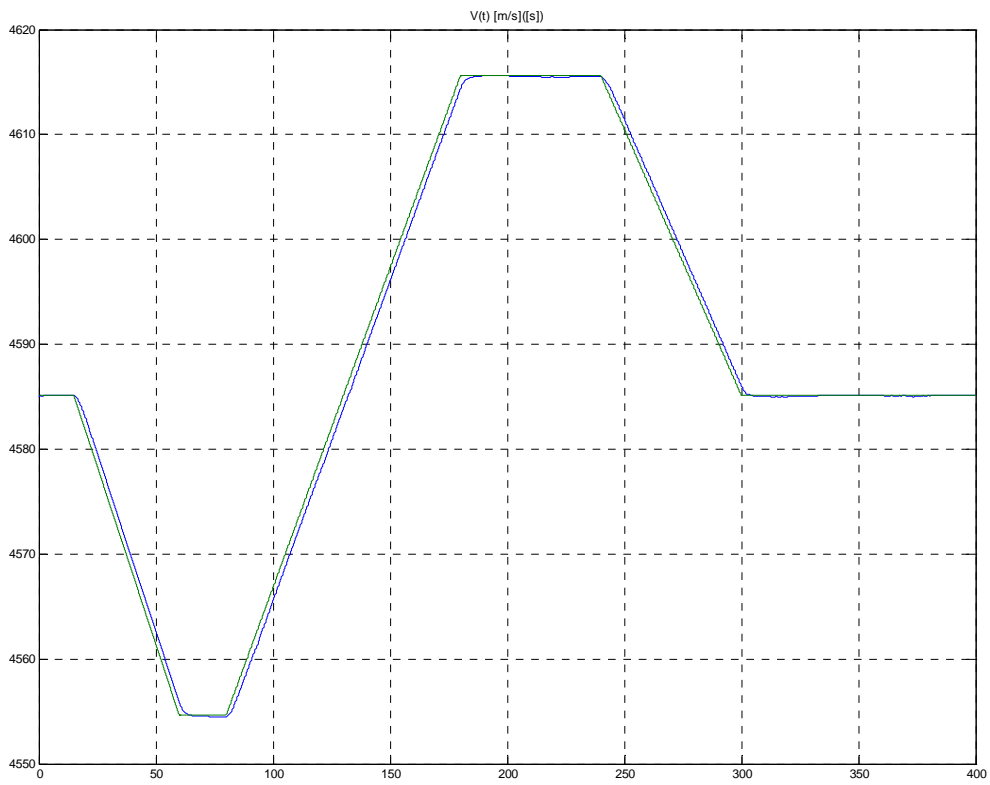


3 Boucles

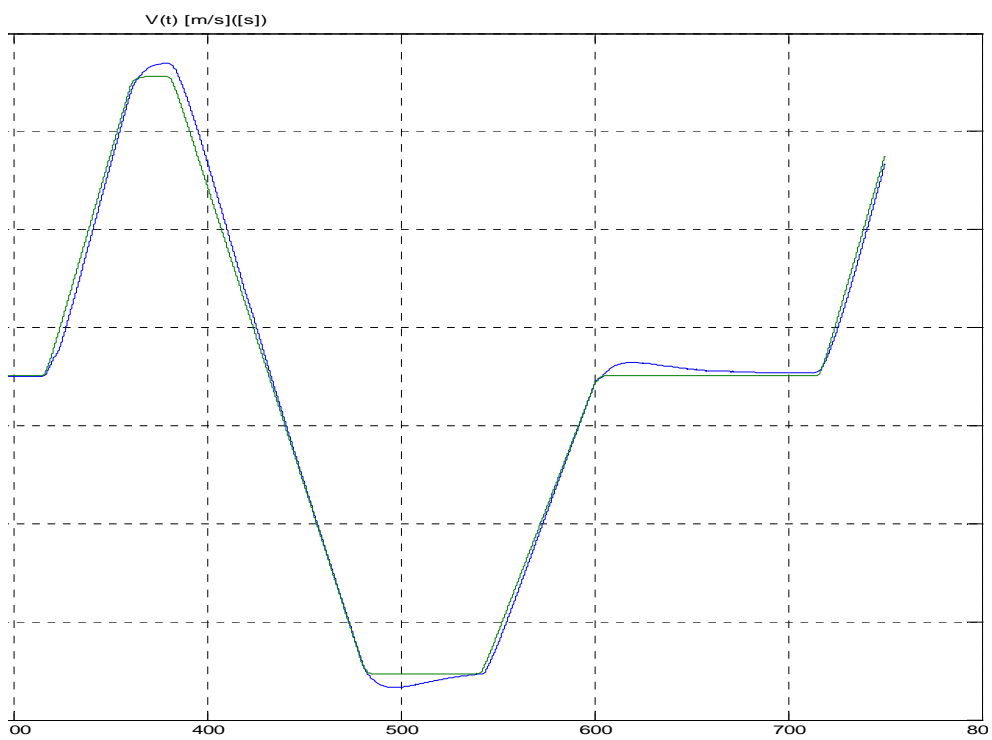


#### 4.6.4. Consigne rampe en vitesse

Mode glissant

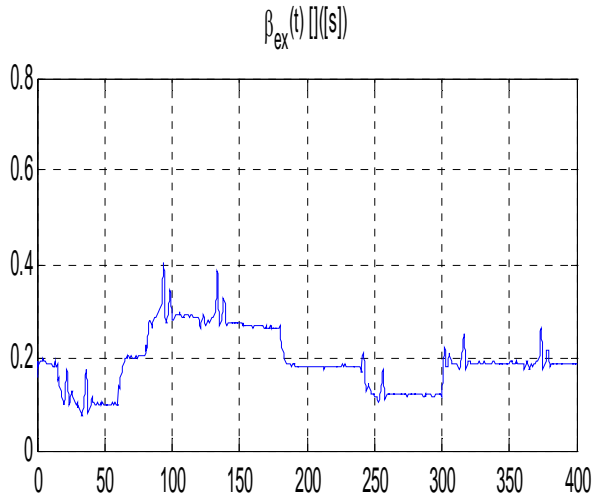


3 Boucles

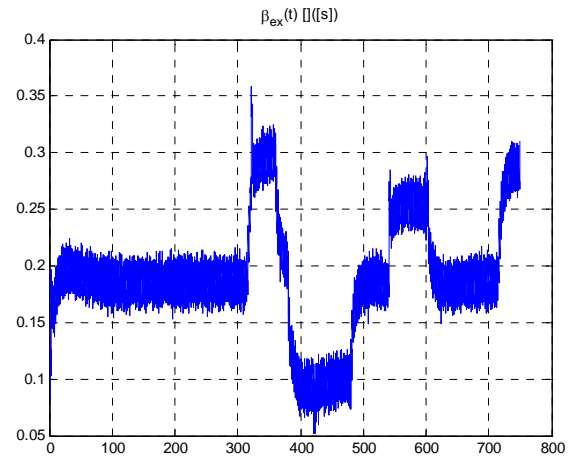


4.6.5. Comparaisons auxiliaires

Mode glissant

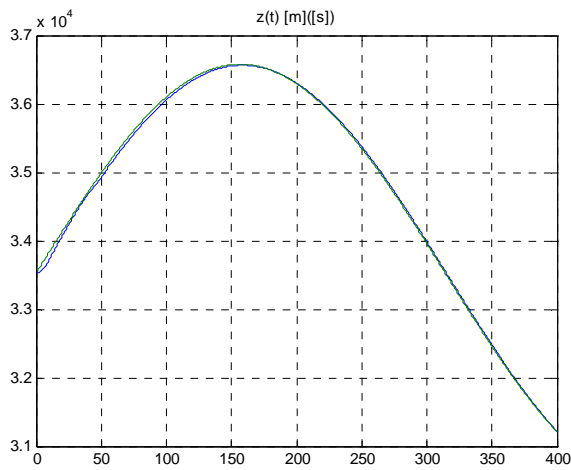


3 boucles

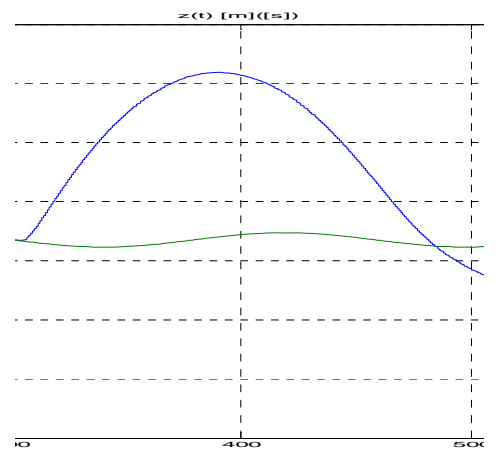


Variation limite des consignes en altitude :

10 000 ft



4 000 ft



#### 4.6.6. Synthèse des résultats

C'est à la suite de tests sur des modèles de plus en plus complexes, que les différences entre les correcteurs se sont marquées. Notons immédiatement que le correcteur mode glissant a l'avantage de piloter simultanément l'altitude et la vitesse.

D'une part, pour l'asservissement en vitesse il est nettement préférable de choisir le correcteur mode glissant. Les différences sont marquées même dans le cas le plus simple. Un des problèmes concernant l'asservissement par le PID est qu'il est difficile de supprimer l'overshoot à la fois sur le haut, et à la fois au creux de la crête d'une sinusoïde. Il est possible de schématiser cela en disant que le PID ne prend pas en compte l'inertie de l'engin. A contrario le mode glissant a moins de difficulté à annuler l'erreur permanente de position, de plus il a la faculté de lisser la commande (cf. courbe de bêta en page 50).

D'autre part pour l'asservissement en altitude, le mode glissant reste le plus performant. Il répond plus rapidement et s'accommode plus facilement au couplage entre la poussée et un moment piqueur. Il est impossible de mettre en avant les avantages du mode glissant en tant que correcteur non linéaire (correcteur pour lequel il n'est pas nécessaire de linéariser la cellule) car les limites du modèle de la cellule ne sont pas connues. Cependant une simple lecture des graphes de la page 50 montre que sans changer les paramètres, le correcteur 3 boucles ne peut en aucun cas faire suivre une variation d'altitude supérieure à 4 000 ft, alors que le correcteur mode glissant peut lui faire suivre une variation d'altitude de 10 000 ft.

Lors de la comparaison des correcteurs avec le modèle complet, nous pouvons noter que les erreurs permanentes de position sont dues à la dérive créée par le bloc senseur. Une fois encore, dans ce cas particulier, le mode glissant reste le plus performant : même sans filtrage de navigation il minimise les erreurs permanentes de position.

## 5. Conclusion du stage

Il est toujours satisfaisant de pouvoir obtenir des résultats concrets et exploitables. La comparaison que j'ai réalisée apporte des éléments dans le choix de technique de guidage et de pilotage en fonction de différents cas de figure. La synthèse des résultats détaillée précédemment, encourage vivement de choisir le correcteur mode glissant.

Cette étude de comparaison et de synthèse m'a plongé complètement dans le monde du guidage/pilotage d'aéronef et a validé mon choix d'orientation professionnelle dans ce domaine. Ce stage m'a permis de comprendre précisément le rôle de la DGA dans le système de défense français et de cerner les bases des métiers de l'expertise. J'ai pu parallèlement au domaine du guidage/pilotage m'initier au métier de la préparation de mission.

J'ai eu la chance également de pouvoir approfondir ma culture aéronautique, en particulier dans les systèmes d'arme mais aussi dans toutes les chaînes fonctionnelles allant de la propulsion au guidage/pilotage en passant par la navigation.

Enfin, une expérience comme celle ci a été pour moi très enrichissante grâce : au sujet d'étude très complet et d'actualité, à l'équipe qui n'a pas hésité à partager son savoir faire et aux résultats qui ont aboutis à une évolution des techniques à mettre en place.

## 6. Bibliographie

### Ouvrage

- ✓ ZARCHAN P. Tactical and missile guidance Third Edition, American Institute of Aeronautics and astronautics, Reston (Virginia), 1997.
- ✓ MORA-CAMINO F. Automatique linéaire continue, ENAC, Toulouse, 1993.
- ✓ Peter H. ZIPFEL, *Modeling And Simulation Of Aerospace Vehicule Dynamics*, AIAA Education Series, Reston (Virginia), 2000 ;
- ✓ Pascal GAHINET, *LMI Control Toolbox for use with MATLAB*, The Matworks Partner Series, 1995 ;

### Article

- ✓ HAOJIAN XU & MAKDEDIN MIRMIRANI Adaptive sliding mode control design for a hypersonic flight vehicle « Journal of Guidance, Control, and Dynamics » volume 27 , No 5, September-October 2004
- ✓ ONERA, *Etudes système et architecture véhicule, Note de définition de l'outil de simulation*, 20 janvier 2005.

## 7. Glossaire

**Asservissement** : poursuite d'une consigne variable en fonction du temps par exemple.

**Correcteur** : sous-système qui intègre les lois de guidage/pilotage.

**Guidage** : le guidage définit la loi d'évolution du centre de gravité de l'engin pour que le véhicule suive une trajectoire définie.

**Moteur Aérobie** : moteur qui fait appel à l'oxygène de l'air pour alimenter la réaction de combustion développant l'énergie utilisable.

**Overshoot** : dépassement de la consigne.

**Performance** : un asservissement est performant s'il réagit rapidement et suit la consigne avec précision.

**PID** : type de correcteur linéaire faisant appel à une action Proportionnelle, Intégrale et Dérivée.

**Pilotage** : stabilisation et asservissement de l'attitude de l'engin afin de réaliser les ordres fournis par le guidage.

**Régulation** : asservissement sur une consigne constante.

**Robustesse** : capacité à résister aux perturbations internes et externes (imperfection sur la connaissance du véhicule et sur les paramètres de ses senseurs ou de l'environnement).

**Senseur** : Un senseur est un dispositif qui transforme l'état d'une grandeur physique observée en une grandeur utilisable (par exemple : une tension, une hauteur de mercure, ...).

## 8. Annexes

8.1. [Article présenté dans « Journal of Guidance, Control, and Dynamics »](#)

### CATT TECHNICAL REPORT No. 02-02-01

#### Adaptive Sliding Mode Control Design for A Hypersonic Flight Vehicle

Haojian Xu<sup>\*</sup>, Petros A. Ioannou<sup>†</sup>  
University of Southern California, Los Angeles, CA 90089  
and  
Majdedin Mirmirani<sup>‡</sup>  
California State University, Los Angeles, CA 90032

A Multi Input Multi Output (MIMO) adaptive sliding controller is designed and analyzed for the longitudinal dynamics of a generic hypersonic air vehicle. This vehicle model is highly nonlinear, multivariable, unstable and includes 6 uncertainty parameters. Simulation studies were conducted for trimmed cruise conditions of 110,000 ft and Mach 15 where the responses of the vehicle to a step change in altitude and airspeed were evaluated. The commands were 100ft/s step-velocity and 2000ft step-altitude. The controller is evaluated for robustness with respect to parameter uncertainties using simulations. These simulation studies demonstrate that the proposed controller meets the performance requirements with relatively low amplitude control inputs despite parameter uncertainties.

#### Nomenclature

$a$	Speed of Sound, ft/s
$C_D$	Drag Coefficient
$C_L$	Lift Coefficient
$C_M(q)$	Moment Coefficient due to Pitch Rate
$C_M(\alpha)$	Moment Coefficient due to Angle of Attack
$C_M(\delta_e)$	Moment Coefficient due to Elevator Deflection
$C_T$	Thrust Coefficient
$\bar{c}$	Reference Length, ft
$D$	Drag, lbf
$h$	Altitude, ft
$I_{yy}$	Moment of Inertia, slug-ft <sup>2</sup>
$L$	Lift, lbf
$M$	Mach Number
$M_{yy}$	Pitching Moment, lbf-ft
$m$	Mass, slugs
$q$	Pitch Rate, rad/s
$R_E$	Radius of the Earth, ft

<sup>\*</sup> Graduate student, Department of Electrical Engineering-Systems.

<sup>†</sup> Professor, Department of Electrical Engineering-Systems.

<sup>‡</sup> Professor, Department of Mechanical Engineering. Member AIAA.



$r$	Radial Distance from Earth's center, ft
$S$	Reference Area, ft <sup>2</sup>
$T$	Thrust, lbf
$V$	Velocity, ft/s
$\alpha$	Angle of Attack, rad
$\beta$	Throttle Setting
$\gamma$	Flight-Path Angle, rad
$\delta_e$	Elevator Deflection, rad
$\mu$	Gravitational Constant
$\rho$	Density of Air, slugs/ft <sup>3</sup>

## INTRODUCTION

Hypersonic air vehicles have a highly nonlinear dynamics and because of their design and flight conditions of high altitudes and Mach numbers, they are extremely sensitive to changes in atmospheric conditions as well as physical and aerodynamic parameters. As the result, modeling inaccuracies can have strong adverse effects on the performance of air vehicle's control systems. Therefore, robust control has been the main technique used for hypersonic flight control (Refs. 1-2).

The sliding mode control method provides a systematic approach to the problem of maintaining stability and consistent performance in the face of modeling imprecision. The main advantage of the sliding mode control is that system's response remains insensitive to model uncertainties and disturbances (Refs. 3-4). The most completely developed area of sliding mode control is for single-input single-output systems (SISO) (Ref. 3). In Ref. 4 SISO sliding mode control is extended to a class of nonlinear MIMO systems. Although the technique has excellent robustness properties, pure sliding mode control presents several drawbacks including large control authority and chattering. The performance of the pure sliding mode control can be improved by coupling it with an on-line parameter estimation scheme (Ref. 5). Also, a sliding mode controller can be implemented only if full state feedback is available, a requirement not readily achieved in a hypersonic flight. The design of a state observer for the unmeasurable states based on sliding modes has been proposed in Ref. 6, where it is shown that sliding mode observers have an inherent robustness in the face of parametric uncertainty and measurement noise. An adaptive sliding controller combined with an observer was applied to a SISO magnetic suspension system in Ref. 7 and to a linear MIMO robotic system in Ref. 8.

In this paper the design a MIMO adaptive controller for a hypersonic air vehicle based on the sliding mode control technique is presented. The plant is the longitudinal model of a generic hypersonic air vehicle (Refs. 1-2). This model is nonlinear, multivariable, and unstable and includes uncertainty in aerodynamic parameters. The open-loop dynamics of the air vehicle exhibits unstable short-period and height modes, as well as a lightly damped phugoid mode. The control design described in the following sections consists of 4 steps. First, a full-state feedback is applied to linearize the dynamics of the air vehicle with respect to air speed,  $V$ , and altitude,  $h$ . Next, a pure sliding controller is designed. An adaptive sliding controller is then designed to improve performance in the presence of parametric uncertainty. In addition, a sliding observer is designed to estimate the angle of attack and the flight path angle, which are difficult to measure in a hypersonic flight. Finally, the complete controller is synthesized by combining the adaptive controller and the observer. Simulation studies were conducted for trimmed cruise conditions of 110,000 ft and Mach 15 to evaluate the response of the vehicle to a step change of 2000 ft in altitude and 100 ft/sec in airspeed. Parameter uncertainties were included in the aerodynamics coefficients and were allowed to take their maximum possible deviation in the simulation studies. The results showed that the combined adaptive sliding controller is robust and provides good performance with limited control authority under the conditions of parametric uncertainty over the entire flight envelope.

## HYPERSONIC AIR VEHICLE MODEL

A model for the longitudinal dynamics of a generic hypersonic vehicle was presented in Refs. 1 and 2. The equations of motion developed include an inverse-square-law gravitational model, and the centripetal acceleration. In this study we have used a modified version of the same model by making appropriate simplifications in the aerodynamical coefficients. The nominal flight of the vehicle is at trimmed cruise condition ( $M=15$ ,  $V=15,060$  ft/s,  $h=110,000$  ft,  $\gamma=0$  deg, and  $q=0$  deg/s). The equations of motion describing the model are:

$$\dot{V} = \frac{T \cos \alpha - D}{m} - \frac{\mu \sin \gamma}{r^2} \quad (1)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{L + T \sin \alpha}{mV} - \frac{(\mu - V^2 r) \cos \gamma}{Vr^2} \quad (2)$$

$$\dot{h} = V \sin \gamma \quad (3)$$

$$\dot{\alpha} = q - \dot{\gamma} \quad (4)$$

$$\dot{q} = M_{yy} / I_{yy} \quad (5)$$

where

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L \quad (6)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D \quad (7)$$

$$T = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_T \quad (8)$$

$$M_{yy} = \frac{1}{2} \rho V^2 S \bar{c} [C_M(\alpha) + C_M(\delta_e) + C_M(q)] \quad (9)$$

$$r = h + R_E \quad (10)$$

$$C_L = 0.6203\alpha \quad (11)$$

$$C_D = 0.6450\alpha^2 + 0.0043378\alpha + 0.003772 \quad (12)$$

$$C_T = \begin{cases} 0.02576\beta & \text{if } \beta < 1 \\ 0.0224 + 0.00336\beta & \text{if } \beta > 1 \end{cases} \quad (13)$$

$$C_M(\alpha) = -0.035\alpha^2 + 0.036617\alpha + 5.3261 \times 10^{-6} \quad (14)$$

$$C_M(q) = (\bar{c} / 2V)q(-6.796\alpha^2 + 0.3015\alpha - 0.2289) \quad (15)$$

$$C_M(\delta_e) = c_e(\delta_e - \alpha) \quad (16)$$

The engine dynamics are modeled by a second order system:

$$\ddot{\beta} = -2\zeta\omega_n\dot{\beta} - \omega_n^2\beta + \omega_n^2\beta_c \quad (17)$$

Parameter uncertainties are modeled as an additive variance,  $\Delta$ , to the nominal values which used for control design, i.e.,

$$m = 9375(1 + \Delta m) \quad (18)$$

$$I_{yy} = 7(1 + \Delta I) \times 10^6 \quad (19)$$

$$S = 3603(1 + \Delta S) \quad (20)$$

$$\bar{c} = 80(1 + \Delta \bar{c}) \quad (21)$$

$$c_e = 0.0292(1 + \Delta c_e) \quad (22)$$

$$\rho = 0.24325(1 + \Delta c_\rho) \times 10^{-4} \quad (23)$$

The maximum values of additive uncertainties used in the simulation studies are taken as follows:

$$|\Delta m| \leq 0.03; |\Delta I| \leq 0.02; |\Delta S| \leq 0.03; |\Delta \bar{c}| \leq 0.02; |\Delta c_e| \leq 0.02; |\Delta c_\rho| \leq 0.03 \quad (24)$$

The control inputs are the throttle setting,  $\beta_e$ , and the elevator deflection,  $\delta_e$ . The outputs are the velocity,  $V$ , and the altitude,  $h$ . The commanded desired values of velocity and altitude are denoted by,  $V_d$  and  $h_d$  respectively.

## INPUT-OUTPUT LINEARIZATION

The longitudinal model of the generic hypersonic air vehicle described by Eqs. (1-5) is a special case of a general MIMO nonlinear system of the form

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \sum_{k=1}^m \mathbf{g}_k(\mathbf{x})u_k \quad (25)$$

$$y_i(t) = h_i(\mathbf{x}), \quad i=1, \dots, m \quad (26)$$

where  $\mathbf{f}$ ,  $\mathbf{g}$ ,  $\mathbf{h}$  are sufficiently smooth functions in  $\mathfrak{R}^n$ . Input-Output linearization uses full state feedback to globally linearize the nonlinear dynamics of selected controlled outputs. Following the approach in Ref. 4, each of the output channels  $y_i$  is differentiated a sufficient number of times until a control input component appears in the resulting equation. Let  $r_i$ , the linearizability index, be the minimum order of the derivative of  $y_i$  for which the coefficient of at least one  $u_k$  is not zero. Using the Lie derivative notation this derivative can be expressed as:

$$y_i^{(r_i)} = L_f^{r_i}(h_i) + \sum_{k=1}^m L_{g_k}(L_f^{r_i-1}(h_i))u_k \quad (27)$$

where the Lie derivatives are defined as:

$$L_f(h_i) = \frac{\partial h_i}{\partial x_1} f_1 + \dots + \frac{\partial h_i}{\partial x_n} f_n$$

$$L_f^{r_i}(h_i) = L_f(L_f^{r_i-1}(h_i))$$

$$L_{g_k}(h_i) = \frac{\partial h_i(\mathbf{x})}{\partial x} g_k$$

Given that the nonlinear system is I/O linearizable, for each output  $y_i$  there exists a linearizability index

$r_i$ . Accordingly,  $r = \sum_{i=1}^m r_i$  is called the relative degree of the nonlinear system. The necessary and

sufficient condition for the existence of a transformation linearizing the system completely from the I/O point of view is that the relative degree,  $r$ , be the same as the order of the system,  $n$ , i.e.,  $r=n$ . If  $r < n$ , however, the nonlinear system can only be partially linearized. In this case, the stability of the nonlinear system given by Eqs. (25-26) also depends on the stability of the internal dynamics (zero dynamics).

Applying the above technique to the longitudinal model of the hypersonic vehicle, the output dynamics for velocity  $V$  and altitude  $h$  can be derived by differentiating  $V$  three times and  $h$  four times as seen below. Therefore the relative degree of the system,  $r=3+4=7=n$ , equals to the order of the system. Hence, the nonlinear longitudinal model can be linearized completely and the closed-loop system will have no zero dynamics (Ref. 2). The linearized model can be developed by repeated differentiation of  $V$  and  $h$  as follows:

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= f_1(\mathbf{x}) \\
\ddot{V} &= \omega_1 \dot{\mathbf{x}} / m \\
\ddot{V} &= (\omega_1 \ddot{\mathbf{x}} + \dot{\mathbf{x}} \Omega_2 \dot{\mathbf{x}}) / m
\end{aligned} \tag{28}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{h} &= \dot{V} \sin \gamma + V \dot{\gamma} \cos \gamma \\
\ddot{h} &= \ddot{V} \sin \gamma + 2\dot{V} \dot{\gamma} \cos \gamma - V \dot{\gamma}^2 \sin \gamma + V \ddot{\gamma} \cos \gamma \\
h^{(4)} &= \ddot{V} \sin \gamma + 3\dot{V} \dot{\gamma} \cos \gamma - 3\dot{V} \dot{\gamma}^2 \sin \gamma + 3\dot{V} \ddot{\gamma} \cos \gamma - 3V \dot{\gamma} \ddot{\gamma} \sin \gamma - V \dot{\gamma}^3 \cos \gamma + V \ddot{\gamma} \cos \gamma
\end{aligned} \tag{29}$$

In Eq. (29)

$$\begin{aligned}
\dot{\gamma} &= f_2(\mathbf{x}) \\
\ddot{\gamma} &= \pi_1 \dot{\mathbf{x}} \\
\ddot{\gamma} &= \pi_1 \ddot{\mathbf{x}} + \dot{\mathbf{x}}^T \Pi_2 \dot{\mathbf{x}}
\end{aligned} \tag{30}$$

where  $\mathbf{x}^T = [V \ \gamma \ \alpha \ \beta \ h]$ ,  $f_1$  and  $f_2$  are the short hand expressions of the right-hand-side of Eqs. (1) and (2) respectively, and  $\omega_1 = \partial f_1(\mathbf{x}) / \partial \mathbf{x}$ ,  $\Omega_2 = \partial \omega_1 / \partial \mathbf{x}$ . The detailed expressions for  $\omega_1$ ,  $\Omega_2$ ,  $\pi_1$ , and  $\Pi_2$  can be found in (Ref. 2). The expression of the second derivatives for  $\alpha$  and  $\beta$  can be viewed as consisting of two parts: a part that is control relevant and a part that is not.

$$\ddot{\alpha} = \ddot{\alpha}_0 + (c_e \rho V^2 S \bar{C} / 2I_{yy}) \delta_e \tag{31}$$

$$\ddot{\beta} = \ddot{\beta}_0 + \omega_n^2 \beta_{cov} \tag{32}$$

where

$$\ddot{\alpha}_0 = \frac{1}{2} \rho V^2 S \bar{C} [C_M(\alpha) + C_M(q) - c_e \alpha] / I_{yy} - \ddot{\gamma} \tag{33}$$

$$\ddot{\beta}_0 = -2\zeta \omega_n \dot{\beta} - \omega_n^2 \beta \tag{34}$$

Defining  $\ddot{\mathbf{x}}_0^T = [\dot{V} \ \dot{\gamma} \ \ddot{\alpha}_0 \ \ddot{\beta}_0 \ \ddot{h}]$ , the output dynamics of  $V$  and  $h$  can be written as:

$$\ddot{V} = \ddot{V}_0 + b_{11} \beta_c + b_{12} \delta_e \tag{35}$$

$$h^{(4)} = h_0^{(4)} + b_{21} \beta_c + b_{22} \delta_e \tag{36}$$

which, includes control inputs,  $\beta_c$ ,  $\delta_e$ , explicitly and where,

$$\ddot{V}_0 = (\omega_1 \ddot{\mathbf{x}}_0 + \dot{\mathbf{x}} \Omega_2 \dot{\mathbf{x}}) / m \tag{37}$$

$$\begin{aligned}
h_0^{(4)} &= 3\ddot{V} \dot{\gamma} \cos \gamma - 3\dot{V} \dot{\gamma}^2 \sin \gamma + 3\dot{V} \ddot{\gamma} \cos \gamma - 3V \dot{\gamma} \ddot{\gamma} \sin \gamma - V \dot{\gamma}^3 \cos \gamma \\
&\quad + (\omega_1 \ddot{\mathbf{x}}_0 + \dot{\mathbf{x}}^T \Omega_2 \dot{\mathbf{x}}) \sin \gamma / m + V \cos \gamma (\pi_1 \ddot{\mathbf{x}}_0 + \dot{\mathbf{x}}^T \Pi_2 \dot{\mathbf{x}})
\end{aligned} \tag{38}$$

$$b_{11} = (\rho V^2 S c_\beta \omega_n^2 / 2m) \cos \alpha \tag{39}$$

$$b_{12} = -(c_e \rho V^2 S \bar{C} / 2m I_{yy}) (T \sin \alpha + D_\alpha) \tag{40}$$

$$b_{21} = (\rho V^2 S c_\beta \omega_n^2 / 2m) \sin(\alpha + \gamma) \tag{41}$$

$$b_{22} = (c_e \rho V^2 S \bar{C} / 2m I_{yy}) [T \cos(\alpha + \gamma) + L_\alpha \cos \gamma - D_\alpha \sin \gamma] \tag{42}$$

$$D_\alpha = \partial D / \partial \alpha, \text{ and } L_\alpha = \partial L / \partial \alpha \tag{43}$$

$$c_\beta = \partial C_T / \partial \beta = \begin{cases} 0.02576, & \beta < 1 \\ 0.00336, & \beta > 1 \end{cases} \tag{44}$$

## THE SLIDING MODE CONTROLLER DESIGN

The control design problem is to select a vector  $[\beta_c \ \delta_e]^T$  that forces the velocity  $V$  and altitude  $h$  to track the desired commanded values  $V_d$  and  $h_d$  in the presence of parametric uncertainty. By applying the techniques introduced in Ref. 4, first two decoupled sliding surfaces  $s_1$  and  $s_2$  are chosen:

$$s_1 = (d/dt + \lambda_1)^3 \int_0^t e_1(\tau) d\tau; \quad e_1(t) = V - V_d \quad (45)$$

$$s_2 = (d/dt + \lambda_2)^4 \int_0^t e_2(\tau) d\tau; \quad e_2(t) = h - h_d \quad (46)$$

where  $\lambda_1$  and  $\lambda_2$  are strictly positive constants defining the bandwidth of the error dynamics. The sliding surfaces  $s_i = 0$ ,  $i=1,2$  represent linear differential equations whose solutions imply  $\int e_i(t)$ ,  $i=1,2$  approach zero exponentially with the time constants  $2/\lambda_1$  and  $3/\lambda_2$  respectively (Ref. 3), where the integrals of the tracking errors are used to cancel the steady state errors (Ref. 3).

Differentiating  $s_1$  and  $s_2$ , we have:

$$\dot{s}_1 = -\ddot{V}_d + \ddot{V}_0 + 3\lambda_1 \dot{e}_1 + 3\lambda_1^2 e_1 + \lambda_1^3 e_1 + b_{11}\beta_c + b_{12}\delta_e \quad (47)$$

$$\dot{s}_2 = -h_d^{(4)} + h_0^{(4)} + 4\lambda_2 e_2^{(3)} + 6\lambda_2^2 \dot{e}_2 + 4\lambda_2^3 e_2 + \lambda_2^4 e_2 + b_{21}\beta_c + b_{22}\delta_e \quad (48)$$

Eqs. (47) and (48) can be written in compact vector format as:

$$\begin{bmatrix} \dot{s}_1 \\ \dot{s}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1(x) \\ v_2(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_c \\ \delta_e \end{bmatrix} \quad (49)$$

where,

$$v_1(x) = -\ddot{V}_d + 3\lambda_1 \dot{e}_1 + 3\lambda_1^2 e_1 + \lambda_1^3 e_1 \quad (50)$$

$$v_2(x) = -h_d^{(4)} + 4\lambda_2 e_2^{(3)} + 6\lambda_2^2 \dot{e}_2 + 4\lambda_2^3 e_2 + \lambda_2^4 e_2 \quad (51)$$

The sliding control design is choosing control inputs such that the following attractive equations are satisfied.

$$\dot{s}_1 = -k_1 \text{sgn}(s_1) \quad (52)$$

$$\dot{s}_2 = -k_2 \text{sgn}(s_2) \quad (53)$$

where  $k_1$  and  $k_2$  are strictly positive constants whose choice determines the desired reaching time to the sliding surfaces. The above attractive equations, also called sliding conditions, imply that the "distance" to the sliding surface decreases along all system trajectories. Furthermore, the sliding condition makes the sliding surfaces an invariant set, i.e., once systems trajectories reaches the surface, it will remain on it for the rest of the time. In addition, for any initial condition, the sliding surface will be reached in a finite time (Ref. 3).

Using (49) the controller that satisfies the sliding conditions (52) and (53) is given by:

$$\begin{bmatrix} \beta_c \\ \delta_e \end{bmatrix} = B^{-1} \begin{bmatrix} -v_1(x) - k_1 \text{sgn}(s_1) \\ -v_2(x) - k_2 \text{sgn}(s_2) \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \quad (54)$$

Here,  $B$  is assumed to be invertible. It is easy to see that  $B$  inverse indeed exists for the entire flight envelop except a vertical flight path (Ref. 2). Therefore, the sliding controller is valid over the entire flight envelope. The control law in Eq. (54) can be viewed as consisting of two parts: the term  $-B^{-1}[v_1 \ v_2]^T$ , is called the equality control, which guarantees  $\dot{s}_i = 0$ ,  $i=1,2$  for the nominal model, and the other term,

$-B^{-1}[k_1 \text{sgn}(s_1) \ k_2 \text{sgn}(s_2)]$ , is incorporated to deals with parameter uncertainties. With this design, the sliding surfaces will be reached even in the presence of parameter uncertainties. In fact, when the parameter uncertainty exists, the actual attractiveness equations are given by:

$$\begin{bmatrix} \dot{s}_1 \\ \dot{s}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta V_0 + v_1 \\ \Delta h_0^{(4)} + v_2 \end{bmatrix} + (\Delta B)Bu = \begin{bmatrix} -k_1 \text{sgn}(s_1) \\ -k_2 \text{sgn}(s_2) \end{bmatrix}$$

in which  $k_i$ 's can be chosen large enough to guarantee that  $\dot{s}_i < 0$ ,  $i=1,2$ . However, in the presence of large uncertainties,  $k_i$ 's may have to be chosen so large, which imply a large control effort. Also, due to the discontinuity across the sliding surfaces, the above control law may introduce the so-called chattering. The discontinuity in the control law can be made continuous by defining two thin boundary layers of widths  $\Phi_1$  and  $\Phi_2$  around the sliding surfaces, i.e., substituting  $\text{sgn}(s_i)$  with saturation functions  $\text{sat}(s_i / \Phi_i)$ ,  $i=1,2$ . where,

$$\text{sat}(x) = \begin{cases} x, & |x| \leq 1 \\ \text{sgn}(x), & \text{otherwise} \end{cases}$$

With this scheme the control law achieves a trade-off between tracking precision and robustness required for control in the presence of uncertainty. Analysis demonstrated by simulations shows that both the sliding surfaces and the attractive conditions influence how fast the system responds to a step input (Ref. 4).

Also, in order to guarantee closed loop stability, it is necessary to identify the condition where the maximum effect of the combined parameter uncertainties is encountered. Both analytical and simulation studies conducted revealed that the closed loop system is far more sensitive to variation in the gain matrix,  $\Delta B$  than it is to  $\Delta v$ . To calculate  $\Delta B$  under the worst case, the gain matrix is written as a product of a fixed basis matrix  $Y$  and an uncertainty parameter matrix.

$$B = \begin{bmatrix} (1/a)Y_{11} & (1/b)Y_{12} \\ (1/a)Y_{21} & (1/b)Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (1/a) & 0 \\ 0 & (1/b) \end{bmatrix} \quad (55)$$

where,

$$a = 2 \times 10^{-4} m / \rho S c_\rho \omega_n^2 \quad (56)$$

$$b = 4 \times 10^{-14} (I_{yy} m) / \rho^2 S^2 c_e \bar{c} \quad (57)$$

$$Y_{11} = V^2 \cos \alpha \times 10^{-4} \quad (58)$$

$$Y_{21} = V^2 \sin(\alpha + \gamma) \times 10^{-4} \quad (59)$$

$$Y_{12} = -V^4 (C_T \sin \alpha + \partial C_D / \partial \alpha) \times 10^{-14} \quad (60)$$

$$Y_{22} = V^4 \{C_T \cos(\alpha + \gamma) + (\partial C_L / \partial \alpha) \cos \gamma - (\partial C_D / \partial \alpha) \sin \gamma\} \times 10^{-14} \quad (61)$$

Constants,  $a$  and  $b$ , embody the combinations of all uncertainty parameters in  $B$ . The worse case occurs when  $\Delta m$  and  $\Delta I$  take their maximum negative values, while  $\Delta c_\rho$ ,  $\Delta S$ ,  $\Delta c_e$ , and  $\Delta \bar{c}$  take their maximum positive values. The uncertainties in  $\dot{V}_0$  and  $h_0^{(4)}$  are a nonlinear combinations of the uncertainty parameters. Using a Taylor series expansion of these terms around their nominal values and neglecting the high order error terms, the terms  $\Delta \dot{V}_0$  and  $\Delta h_0^{(4)}$  can be estimated from their nominal values.

## 8.2. Le principe du correcteur mode glissant

### Quelques références pour la commande par mode glissant

K. Bencherif, 15 Juin 2006

15 juin 2006

#### Table des matières

Je dois rajouter qqs références, je vous enverrais une version plus propre demain

L'intérêt de cette approche est qu'une connaissance exacte du modèle n'est pas nécessaire pour assurer les bonnes performances de la commande. L'important est de fixer des bornes sur les incertitudes ou des plages de variations du modèle.

#### 1 Principe de la commande par mode de glissement

Considérons la classe des systèmes non linéaires décrite par :

$$\begin{cases} \dot{X} = f(X) + g(X)U \\ Y = h(X) \end{cases} \quad (1)$$

Avec :

- $X \in \mathbb{R}^n$  : états du système.
- $Y \in \mathbb{R}^m$  : sorties du système
- $U$  : vecteur de commande  $U = [U_1 \dots U_m]^T$
- $f, h$  et  $g$  : fonctions analytiques et vectorielles de dimensions appropriées.

Les commandes non linéaires  $U_j$  ( $j = 1..m$ ) prennent les valeurs suivantes :

$$U_j = \begin{cases} U_j^+ & \text{si } S_j(X) > 0 \\ U_j^- & \text{si } S_j(X) < 0 \end{cases}$$

Où  $S_j(X)$  est la surface de glissement associé à la commande  $U_j$  ( $j = 1..m$ )

Le vecteur surface global sera :

$$S(X) = [S_1(X) \dots S_m(X)]^T$$

## 2 Conception de la commande par mode de glissement

La conception de la commande par mode de glissement nécessite le passage par trois étapes :

### Étape 1 : Choix d'une surface de glissement [2]

Le nombre et la forme des surfaces de glissement sont déterminé en fonction de l'application et des objectifs visés. Pour le choix de la forme des surfaces de glissement, une forme assez générale est proposée pour déterminer la surface de glissement qui assure une convergence de la grandeur de sortie vers sa valeur de référence.

Soit  $y_i$  une sortie à commander, le problème de la commande consiste à ramener le vecteur d'état  $Y_i$  à suivre une trajectoire désirée  $Y_{id}$ , les vecteurs  $Y_i$  et  $Y_{id}$  sont définis par :

$$Y_i = \begin{bmatrix} y_i & \dot{y}_i & \dots & y_i^{(r-1)} \end{bmatrix}^T$$

$$Y_{id} = \begin{bmatrix} y_{id} & \dot{y}_{id} & \dots & y_{id}^{(r-1)} \end{bmatrix}^T$$

Où  $r$  est le degré relatif, lié à la sortie  $y_i$ .

Si on définit l'erreur de poursuite par :

$$e_i = Y_i - Y_{id}$$

La surface de glissement sera donnée par [2]:

$$S_i(x) = \left( \frac{d}{dt} + \lambda \right)^{r-1} \cdot e_i \quad (2)$$

Avec :

- $r$  : degré relatif, lié à la sortie  $y_i$ .
- $\lambda$  : constante strictement positive

### Étape 2 : Établissement des conditions d'existence du mode de glissement [1]

On présente une approche basée sur la fonction de Lyapunov. Le principe consiste à définir une fonction scalaire  $V_i(X)$  positive pour chaque sortie  $y_i$  et de construire une loi de commande afin que cette fonction décroît et garantir ainsi la stabilité de la sortie et du système.

Si on choisi :



$$V_i(x) = \frac{1}{2} S_i^2(x)$$

Sa dérivée est :

$$\dot{V}_i(x) = S_i(x) \cdot \dot{S}_i(x) < 0 \quad (3)$$

La condition  $S_i(x) \cdot \dot{S}_i(x) < 0$  oblige les trajectoires du système à commuter autour de la surface de commutation en se rapprochant vers elle. De plus, le choix de la surface  $S_i(x)$  doit garantir l'attraction de la variable à commander vers sa référence, ce qui justifie le choix de la surface de la forme 2.

**Etape 3 :** Calcul de la commande [3, 4]

Les systèmes à structures variables comme cités auparavant sont caractérisés par le choix d'une fonction et d'une logique de commutation. Dans la commande par mode de glissement, la surface  $S_i(X)$  définit cette fonction de commutation. En fonction du signe de cette surface, la commande commute entre deux valeurs  $u_{max}$  et  $u_{min}$ , cette variation brusque provoque un phénomène à très haute fréquence appelé chattering. Pour surmonter cet inconvénient plusieurs méthodes sont proposées

A cet effet, on pose :

$$u_s = u_{seq} + u_{ss}$$

$u_{seq}$  : correspond à la commande équivalente proposée par Fillipov et Utkin, elle correspond à la valeur moyenne continue qui prend la commande lors d'une commutation. L'expression de cette commande est obtenues en tenant compte du fait que le comportement durant le mode de glissement est décrit par :

$$S_i(X) = 0$$

$u_{ss}$  est un terme introduit pour satisfaire la condition de convergence (3), il détermine ainsi le comportement dynamique du système durant le mode de convergence, il est donnée par :

$$u_{ss} = \dot{S}_i(X) = -K \cdot \text{sign}(S_i(x)) \quad (4)$$

### 3 Amélioration de la commande

La commutation à haute fréquence peut avoir un effet néfaste sur le système. C'est le principale inconvénient des techniques de commandes par mode de glissement, il peut endommager les actionneurs par des sollicitations trop fréquentes et nuire ainsi au fonctionnement et aux performances du système.

En prenant compte de ces considération d'ordre pratique, des solutions ont été proposées afin de réduire les différentes accentuée de ce phénomène.

Les amplitudes des ondulations peuvent être atténuées en remplaçant dans (4) la fonction sign par la fonction sat ou smooth.

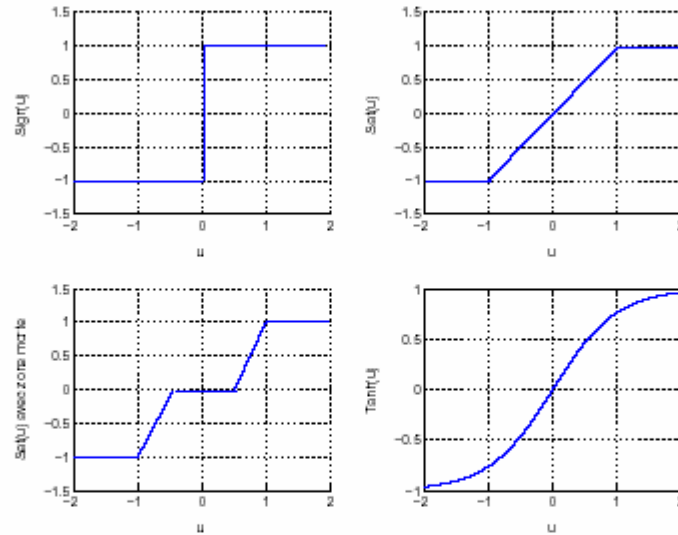


FIG. 1 – Différentes fonctions utilisées pour l'élaboration des lois de commande par mode glissant

## Références

- [1] j.K. Hedrick J.J. SLOTINE et E.A. MISAWA. « Modified smith predictor for controlling for multivariable systems with delays and unmeasurable step disturbances ». *Int. J. Control*, 37(5), 1986.
- [2] J.J. SLOTINE et W. LI. *Applied nonlinear system*. Prentice Hall, 1991.
- [3] V. UTKIN. *Sliding Modes and their Applications in Variable Structure Systems*. Mir Publ., Moscow, 1978.
- [4] V.I.UTKIN. « Sliding mode control design principles and applications to electric driver ». *IEEE Transaction on industrial electronics*, 40(1), FEV, 1993.

### 8.3. Statoréacteur et Superstatoréacteur

- *Le statoréacteur*

Un statoréacteur est un système propulsif aérobique, sans organe mobile, qui tire partie de la géométrie de l'avant-corps et de l'entrée d'air pour comprimer l'écoulement de vitesses supersoniques à des vitesses subsoniques grâce à plusieurs ondes de chocs qui se terminent par un choc droit.

Après injection de combustible, le mélange avec l'air préalablement comprimé subit une combustion. La combustion est donc subsonique. Les gaz brûlés s'échappent jusqu'à un col thermique où l'écoulement redevient supersonique puis sont accélérés dans un divergent : ils sont détendus dans une tuyère convergente divergente. Il est à noter que le col thermique peut être remplacé par un col physique. Pour des raisons de tenue thermique, il est préférable d'avoir recours au blocage thermique.

Le statoréacteur n'est pas un propulseur autonome, il ne peut fonctionner qu'à partir d'une vitesse de vol minimale. Le statoréacteur doit être couplé avec un autre système propulsif généralement un booster ou un avion de chasse pour les missiles. Ainsi, le missile ASMP (Air-sol Moyenne Portée) utilise un statoréacteur à carburant liquide avec accélérateur intégré : la chambre de combustion comporte le bloc de poudre d'accélération. L'allumage du statoréacteur se fait vers Mach 2.

- *Nécessité de la combustion supersonique*

Le statoréacteur fonctionne en combustion subsonique. Pourquoi est-il nécessaire d'avoir recours à la combustion supersonique à partir d'un certain nombre de Mach, proche de 6 ? La raison est simple : une telle combustion offre de bien meilleures performances à nombre de Mach très élevé que pour une combustion subsonique. Si, au delà de Mach 6, on utilise la combustion subsonique, deux phénomènes importants apparaissent et sont très néfastes pour les performances du système propulsif.

Ainsi, il y a des pertes conséquentes de pression totale dues à la viscosité et aux ondes de chocs dans l'entrée d'air lors de forte variation de mach, ce qui est requis pour une combustion subsonique stable et efficace.

Il apparaît également une augmentation non négligeable de la température totale dans l'entrée d'air qui peut atteindre 5000 Rankine soit près de 2800 Kelvin pour un vol à Mach 8 et une pression dynamique de 1000 Pa. Lorsque le Mach devient subsonique, la température statique se rapproche de la température totale, ce qui conduit au processus de dissociation moléculaire. La cinétique de combustion n'inclut alors pas seulement les réactions exothermiques (libération de chaleur) mais également les réactions endothermiques (absorption de chaleur), ce qui tend à diminuer l'énergie thermochimique disponible. Ainsi, il y a moins d'énergie convertie en énergie cinétique. Les performances sont donc moins bonnes qu'en combustion supersonique.

La reconnaissance de l'utilité potentielle de la combustion supersonique pour améliorer les performances du statoréacteur à très hauts Mach de vol a donné naissance au superstatoréacteur (scramjet – supersonic combustion ramjet).

- *Le superstatoréacteur et le statomixte*

Le superstatoréacteur se distingue principalement du statoréacteur par sa combustion supersonique. Mais on peut aussi noter, entre autres, que, pour un superstatoréacteur, il n'y a que des ondes de chocs obliques ou incurvées i.e. pas de choc droit, et on trouve des phénomènes complexes dans l'entrée d'air et dans la chambre de combustion du au caractère supersonique de l'écoulement.

Il est à noter que l'énergie associée à la libération de chaleur engendrée par la combustion d'un mélange stoechiométrique hydrogène/air est deux fois plus importante que l'énergie cinétique contenue dans le fluide à Mach 6 alors que ce rapport ne vaut plus que  $\frac{1}{4}$  pour Mach 16. Ces deux énergies sont égales pour Mach 8. Ainsi, dans un superstatoréacteur, la compression et la détente participent plus à la poussée que la combustion proprement dite.

Il existe un concept de statoréacteur, appelé statomixte, fonctionnant d'abord en combustion subsonique puis en combustion supersonique afin de pouvoir évoluer dans un domaine de Mach très large (de 2 à 8 par exemple). La géométrie de ce type d'engins est variable afin de pouvoir s'adapter à chaque mode de propulsion (statoréacteur et superstatoréacteur). Les programmes JAPHAR (ONERA et DLR (All) entre 1997 et 2002) et LEA (ONERA et MBDA France avec le concours de la DGA pour la période 2003-2012) utilisent ce concept de statomixte appelé également en anglais Dual Mode.

#### 8.4. [sliding mode controller.m](#)

```
function Y=sliding_mode_controller(X)

% architecture correcteur selon modèle
% Adaptive sliding mode control design for a hypersonic flight
vehicle
% extrait de "journal of guidance, control, and dynamics
% vol 27 No5 September October 2004

% x=[V gamma h alpha q betadot beta]
% mécanique du vol longitudinal
% pour véhicule hypersonique
% + pilote modes glissants
% vitesse véhicule (m/s)
% Unités physiques utilisables dans la session
caract_model;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Définition des composantes du vecteur d'entrée %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% braquage gouverne (rad)
delta=X(1);
%norme du vecteur vitesse (m/s)
V=X(2);
% pente vitesse véhicule (rad)
gamma=X(3);
% incidence véhicule (rad)
alpha=X(4);
% altitude véhicule (m)
h=X(5);
% vitesse de rotation du véhicule en tangage (rad/s)
q=X(6);
% richesse injectée ? ()
beta=X(7);
%dérivée / temps du braquage gouverne (rad/s)
betadot=X(8);
% intégrale de l'erreur
intel=X(9);
inte2=X(10);
%consigne et leurs dérivées
Vd=X(11);
Vddot=X(12);
Vddotdot=X(13);
Vddot3=X(14);
hd=X(15);
hddot=X(16);
hddotdot=X(17);
hddot3=X(18);
hddot4=X(19);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% constantes paramétriques du correcteur mode glissant %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% réglages finaux
lambda1=6; % coefficient pour contrôle de V
k1=2;
fil=.1*ft/s^3;

lambda2=1.2; % 0.9 coefficient pour contrôle de h donc influence
sur variation de delta
k2=2;
```

```

fi2=.1*ft/s^3;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%% Données d'entrée %%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% densité de l'air à l'altitude courante (kg/m^3)
load ussa76ut86.txt
altus76=ussa76ut86(:,1)*1000;
rhous76=ussa76ut86(:,7);
rho=interp1(altus76,rhous76,abs(h));

% distance cdg véhicule-centre Terre (m)
r=h+RE;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Coefficients aéro %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

CL=0.6203*alpha;
CD=(0.6450*alpha^2+0.0043378*alpha+0.003772);
CT=0.02576*beta*(beta<1)+(0.0224+0.00336*beta)*(beta>=1);
CMA=-0.035*alpha^2+0.036617*alpha+5.3261e-6;
CMq=cbar/(2*V)*q*(-6.796*alpha^2+0.3015*alpha-0.2289);
CMD=ce*(delta-alpha);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Efforts aéro %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Pression dynamique (Pa)
QS=0.5*rho*V^2*S;
% Portance (N)
L=QS*CL;
% Traînée (N)
D=QS*CD;
% Poussée (N)
T=QS*CT;
% Moment en tangage (N.m)
Myy=QS*cbar*(CMA+CMD+CMq);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Calcul des parametres du correcteur %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

dTdV=rho*S*V*CT;
dDdV=rho*S*V*CD;
dLdV=rho*V*S*CL;
dTdbeta=(0.02576*(beta<1)+0.00336*(beta>=1))*QS;
dDdalpha=QS*(2*0.6450*alpha+0.0043378);
dLdalpha=QS*0.6203;

% x=[V gamma alpha beta h]
% calcul des dérivées des états

Vdot=(T*cos(alpha)-D)/m - mu0*sin(gamma)/r^2;
gammadot=(L+T*sin(alpha))/(m*V)-(mu0-V^2*r)*cos(gamma)/(V*r^2);
hdot=V*sin(gamma);
alphadot=q-gammadot;
qdot=Myy/Iyy;
xdot=[Vdot;gammadot;alphadot;betadot;hdot];

pil=[(dLdV+dTdV*sin(alpha))/(m*V)-
(L+T*sin(alpha))/(m*V^2)+mu0*cos(gamma)/(V^2*r^2)+cos(gamma)/r,...
mu0*sin(gamma)/(V*r^2)-V*sin(gamma)/r,...
(dLdalpha+T*cos(alpha))/(m*V),...
dTdbeta*sin(alpha)/(m*V),...]

```

```

                2*mu0*cos(gamma)/(V*r^3)-V*cos(gamma)/r^2];
gammadotdot=pil*xdot;
alpha0dotdot=0.5*rho*V^2*S*cbar*(CMA+CMq-ce*alpha)/Iyy-gammadotdot;
beta0dotdot=-2*xi*omegan*betadot-omegan^2*beta;
hdotdot=Vdot*sin(gamma)+V*gammadot*cos(gamma);

% définition des matrices omega et pi

omega1= [dTdV*cos(alpha)-dDdV ...
         -m*mu0*cos(gamma)/r^2 ...
         -T*sin(alpha)-dDdalpha ...
         dTdbeta*cos(alpha) ...
         2*m*mu0*sin(gamma)/r^3];

Vdotdot=omega1*xdot/m;
x0dotdot=[Vdotdot;gammadotdot;alpha0dotdot;beta0dotdot;hdotdot];

hdot3=Vdotdot*sin(gamma)+2*Vdot*gammadot*cos(gamma)-
V*gammadot^2*sin(gamma)+V*gammadotdot*cos(gamma);

omega21= [rho*S*CT*cos(alpha)-rho*S*CD;
          0;
          -dTdV*sin(alpha)-rho*V*S*(2*0.6450*alpha+0.0043378);

rho*V*S*(0.02576*(beta<1)+(0.00336)*(beta>=1))*cos(alpha);
          0];

omega22= [0;
          m*mu0*sin(gamma)/r^2;
          0;
          0;
          2*m*mu0*cos(gamma)/r^3];

omega23= [-dTdV*sin(alpha)-rho*V*S*(2*0.6450*alpha+0.0043378);
          0;
          -T*cos(alpha)-0.5*rho*V^2*S*2*0.6450;
          -QS*(0.02576*(beta<1)+(0.00336)*(beta>=1))*sin(alpha);
          0];

omega24= [rho*V*S*(0.02576*(beta<1)+(0.00336)*(beta>=1))*cos(alpha);
          0;
          -QS*(0.02576*(beta<1)+(0.00336)*(beta>=1))*sin(alpha);
          0;
          0];

omega25= [0;
          2*m*mu0*cos(gamma)/r^3;
          0;
          0;
          -6*m*mu0*sin(gamma)/r^4];

omega2=[omega21 omega22 omega23 omega24 omega25];

pi21= [rho*S*(CL+CT*sin(alpha))/(m*V)-
2*(rho*V*S*(CL+CT*sin(alpha)))/(m*V^2)+2*(QS*(CL+CT*sin(alpha)))/(m*
V^3)-2*mu0*cos(gamma)/(V^3*r^2);
       -mu0*sin(gamma)/(V^2*r^2)-sin(gamma)/r;
       rho*V*S*(0.6203+CT*cos(alpha))/(m*V)-
QS*(0.6203+CT*cos(alpha))/(m*V^2);

rho*S*V*(0.02576*(beta<1)+0.00336*(beta>=1))*sin(alpha)/(m*V)-
QS*(0.02576*(beta<1)+0.00336*(beta>=1))*sin(alpha)/(m*V^2);

```

```

-2*mu0*cos(gamma)/(V^2*r^3)-cos(gamma)/r^2];
pi22= [-mu0*sin(gamma)/(V^2*r^2)-sin(gamma)/r;
mu0*cos(gamma)/(V*r^2)-V*cos(gamma)/r;
0;
0;
-2*mu0*sin(gamma)/(V*r^3)+V*sin(gamma)/r^2];

pi23= [(rho*V*S*(0.6203+CT*cos(alpha)))/(m*V)-
(QS*(0.6203+CT*cos(alpha)))/(m*V^2);
0;
-QS*CT*sin(alpha)/(m*V);
QS*(0.02576*(beta<1)+0.00336*(beta>=1))*cos(alpha)/(m*V);
0];

pi24=
[rho*S*V*(0.02576*(beta<1)+0.00336*(beta>=1))*sin(alpha)/(m*V)-
QS*(0.02576*(beta<1)+0.00336*(beta>=1))*sin(alpha)/(m*V^2);
0;
QS*(0.02576*(beta<1)+0.00336*(beta>=1))*cos(alpha)/(m*V);
0;
0];

pi25= [-2*mu0*cos(gamma)/(V^2*r^3)-cos(gamma)/r^2;
-2*mu0*sin(gamma)/(V*r^3)+V*sin(gamma)/r^2;
0;
0;
-6*mu0*cos(gamma)/(V*r^4)+2*V*cos(gamma)/r^3];

pi2=[pi21,pi22,pi23,pi24,pi25];

%fonction fv et fh
fv=(omegal*x0dotdot+xdot'*omega2*xdot)/m;

fh=3*Vdotdot*gammadot*cos(gamma)-
3*Vdot*gammadot^2*sin(gamma)+3*Vdot*gammadotdot*cos(gamma)-
3*V*gammadot*gammadotdot*sin(gamma)-
V*gammadot^3*cos(gamma)+(omegal*x0dotdot+xdot'*omega2*xdot)*sin(gamm
a)/m+V*cos(gamma)*(pil*x0dotdot+xdot'*pi2*xdot);

% définition de la matrice B
%cbeta coef util ds b11
cbeta=0.02576*(beta<1)+0.00336*(beta>=1);

b11=(rho*V^2*S*cbeta*omegan^2)/(2*m)*cos(alpha);

b12=-(ce*rho*V^2*S*cbar)/(2*m*Iyy)*(T*sin(alpha)+dDdalpha);

b21=(rho*V^2*S*cbeta*omegan^2)/(2*m)*sin(alpha+gamma);

b22=(ce*rho*V^2*S*cbar)/(2*m*Iyy)*(T*cos(alpha+gamma)+dLdalpha*cos(g
amma)-dDdalpha*sin(gamma));

B=[b11 b12;b21 b22];

```



```

%erreur instantanée
e1=V-Vd;
e2=h-hd;

% dérivée erreur instantanée
%comme on considere des consignes constantes on a
eldot=Vdot-Vddot; eldotdot=Vdotdot-Vddotdot;
e2dot=hdot-hddot; e2dotdot=hdotdot-hddotdot; e2dot3=hdot3-hddot3;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%   sliding surface   %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% surface de l'article
s1=eldotdot+3*lambda1*eldot+3*lambda1^2*e1+lambda1^3*inte1;

%% surface de l'article
s2=e2dot3 + 4*lambda2*e2dotdot + 6*lambda2^2*e2dot + 4*lambda2^3*e2
+ lambda2^4*inte2;

%equations diff v1 et v2

%fonction de l'article
v1=-Vddot3+fv+3*lambda1*eldotdot+3*lambda1^2*eldot+lambda1^3*e1;

%% fonction de l'article
v2=-hddot4+fh + 4*lambda2*e2dot3 + 6*lambda2^2*e2dotdot +
4*lambda2^3*e2dot + lambda2^4*e2;

% braquage gouverne (rad) deltac
% débit de carburant commandé (kg/s) betac

C=[(-v1-k1*sat(s1/fi1));(-v2-k2*sat(s2/fi2))];
U=inv(B)*C;
betac=U(1);
deltac=U(2);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%   vecteur de sortie   %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%position de la gouverne
Y(1)=deltac;
%commande moteur
Y(2)=betac;
%valeur des erreurs
Y(3)=e1;
Y(4)=e2;
%valeur des surfaces
Y(5)=s1;
Y(6)=s2;

```

Published with MATLAB® 7.0

## 8.5. [zarchan cha.m](#)

```
% Méthode de pilotage d'engin aérien d'après la méthode
d'identification
% des fonctions de transfert de P. ZARCHAN
% Méthode linéaire autour d'un point de vol avec prise en compte à
la fois
% des cellules stable ou instable.
% Trièdre direct avec axe z dirigé vers le centre de la terre

% Données nécessaires renseignées dans d'autre fichier
initmodel; % conditions initiales et caractéristiques du point de
vol où il faut linéariser la cellule
caract_model; % caractéristiques de la cellule i.e Sref, longueur,
masse ... etc
l=cbar;
xref=0;
xg=0;
mm=m;
VV=sqrt(u0^2+w0^2);

%Caractéristiques souhaitée pour la réponse i.e paramètres de la
fonction
%de transfert de référence.

% constante de temps souhaitée (s)
tau=.3;
% pulsation de coupure (rad/s)
wcr=10;
% amortissement désiré
xi=0.7;

%% variation des coefficients aérodynamiques linéarisés autour du
point de vol considéré
%% Tangage avec trièdre direct où l'axe z est dirigé vers le centre
de la terre

% cza=-CNa;
cza=-
(0.6203+0.003772+2*0.0043378*alpha0+3*0.6450*alpha0^2);%cza=C1alpha+
CDalpha*sin(alpha)

czd=0;

% cma=Cma;
cma=0.036617-2*0.035*alpha0-0.0292;

% cmd=-Cmd;
cmd=-0.0292;

% cmq=-((lt+(Txc dg(2)))/l)^2*cza*0;
cmq=1/2*(-6.796*alpha0^2+0.3105*alpha0-0.2289)*0;

qbs=0.5*rho0*VV^2*S;

zalpha=-qbs*cza/mm/VV;

zdelta=-qbs*czd/mm/VV;

malpha=1*qbs*(cma-(xg-xref)/l*cza)/Iyy;

mdelta=1*qbs*(cmd-(xg-xref)/l*czd)/Iyy;

mq=qbs*1*l/VV/Iyy*cmq;
```

```

zq=0;
% design boucle de pilotage Zarchan tangage
Talpha = mdelta/(-malpha*zdelta+mdelta*zalpha);
K3 = (-malpha*zdelta+mdelta*zalpha)/(-mq*zalpha-malpha+malpha*zq);
invwz2 = zdelta/(-malpha*zdelta+mdelta*zalpha);
waf = 1/(-1/(mq*zalpha+malpha-malpha*zq))^(1/2);
zaf = -1/2*(mq-zalpha)/waf;
K1 = (-malpha*zdelta+mdelta*zalpha)*VV/(-mq*zalpha-
malpha+malpha*zq);

if malpha>0

    disp('La cellule est instable i.e la marge statique est
négative')

    waf=sqrt(-1)*imag(waf);
    zaf=sqrt(-1)*imag(zaf);

else
    disp('La cellule est stable i.e la marge statique est positive')
end

% calculs
w=(tau*wcr*(1+2*zaf*waf/wcr)-1)/(2*xi*tau);
w_0=w/sqrt(tau*wcr);
xi0=0.5*w_0*(2*xi/w+tau-waf^2/(wcr*w_0^2));
Kc=(-w_0^2*invwz2-1+2*xi0*w_0*Talpha)/(1-
2*xi0*w_0*Talpha+w_0^2*Talpha^2);
Ka=K3/(Kc*K1);
wI=Talpha*Kc*w_0^2/(1+Kc+w_0^2*invwz2);
K0=-w^2/(tau*waf^2);
K=K0/(K1*(1+Kc));
Kr=K/(Ka*wI);
Kdc=1+Kc;

clc

disp('Spécification')
disp([' '])
disp(['Constante de temps tau = ' num2str(tau) ' s'])
disp(['Amortissement xi = ' num2str(xi)])
disp(['Pulsation de coupure wcr = ' num2str(wcr) ' rad/s'])
disp([' '])
disp([' '])

disp('Gains Zarchan')
disp([' '])
disp(['Kdc = ' num2str(Kdc)])
disp(['Ka = ' num2str(Ka)])
disp(['wI = ' num2str(wI) ' rad/s'])
disp(['Kr = ' num2str(Kr)])

disp([' '])
disp([' '])

% Calcul des fonctions de transfert
gdelta=tf(K1*[-invwz2 0 1],[1/waf^2 2*zaf/waf 1]);
qdelta=tf(K3*[Talpha 1],[1/waf^2 2*zaf/waf 1]);
dgzc=Kdc*feedback(-Ka*feedback(series(tf(wI,[1
0]),feedback(tf(Kr,1),-qdelta)),-qdelta),gdelta);
gzgzc=series(dgzc,gdelta);

```

```

if(1)
figure(13)

gzgzc2=tf(Kdc*Ka*Kr*wI*K1/K0*[-invwz2 0 1],...
conv([tau 1],[1/w^2 2*xi/w 1]));
dalphad=tf(-VV*[zdelta -zq*mdelta-mdelta-zdelta*mq 0],...
waf^2*[1/waf^2 2*zaf/waf 1]);

[gz,t]=step(gzgzc);
[gz2,t2]=step(gzgzc2);
plot(t,gz,'b',t,gz2,'r')
grid on
title('Réponse temporelle \Gamma_z à un échelon en \Gamma_{zc} de 1
m/s^2');
xlabel('temps (s)');
ylabel('\Gamma_z (m/s^2)');
grid on

figure(14)
[gzd,t]=step(gdelta);
plot(t,gzd,'b')
grid on
title('Réponse temporelle \Gamma_z à un échelon de braquage de 1 rad
');
xlabel('temps (s)');
ylabel('\Gamma_z (m/s^2)');
grid on

figure(15)
margin(gzgzc2);

dalphad=tf(-VV*[zdelta -zq*mdelta-mdelta-zdelta*mq 0],...
waf^2*[1/waf^2 2*zaf/waf 1]);

end

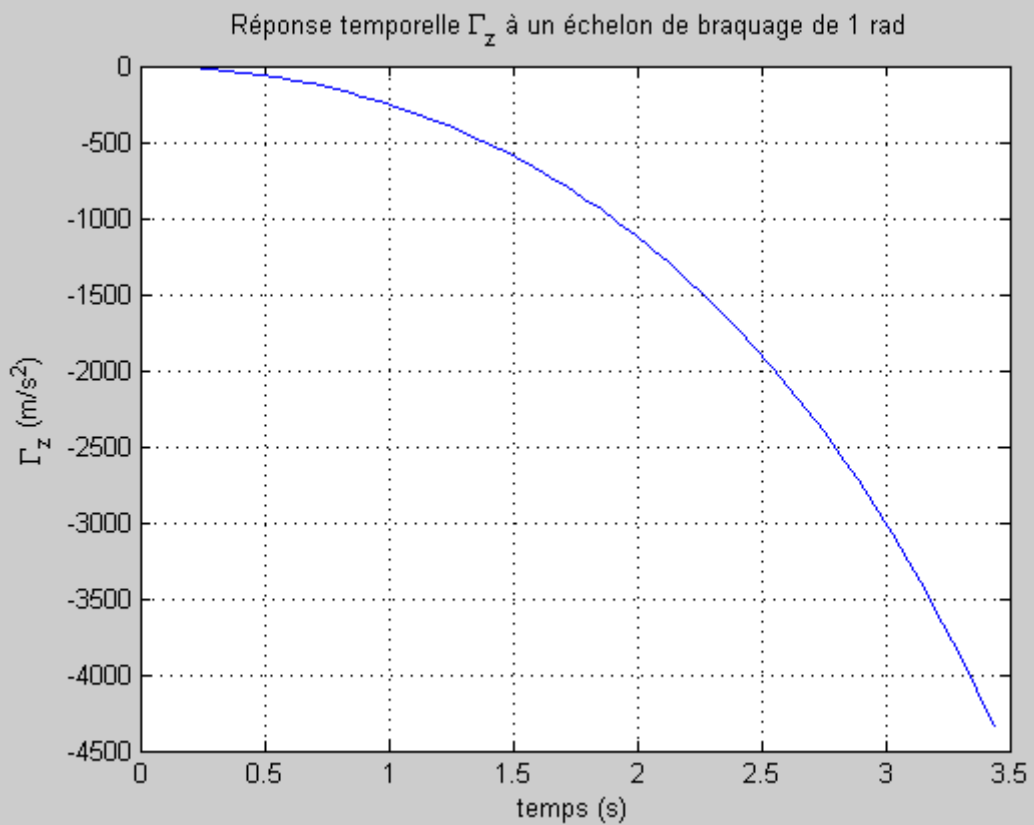
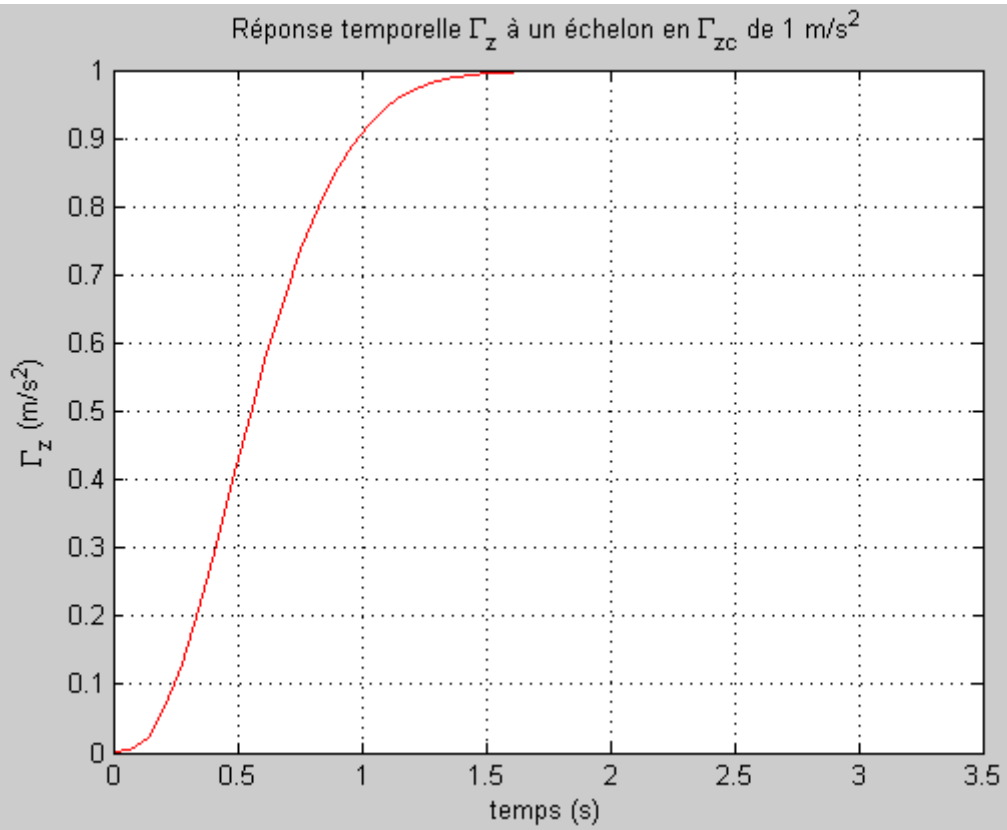
```

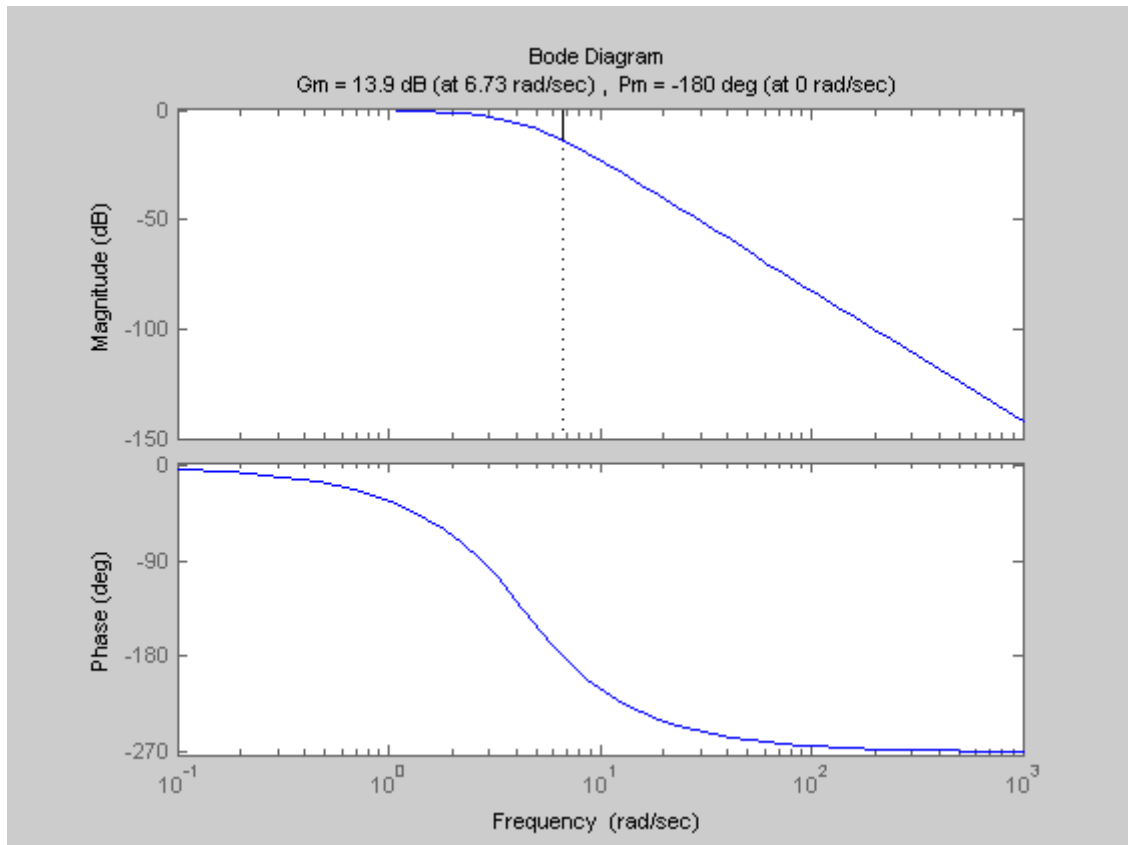
*La cellule est instable i.e la marge statique est négative*  
*Spécification*

*Constante de temps tau = 0.3 s*  
*Amortissement xi = 0.7*  
*Pulsation de coupure wcr = 10 rad/s*

*Gains Zarchan*

*Kdc = 1.023*  
*Ka = 0.0095003*  
*wI = 4.5378 rad/s*  
*Kr = 3.5235*





## 8.6. Historique du L.R.B.A.

Le LRBA a été créé par décret du 17 mai 1946 comme organisme de recherche de la Direction des Etudes et Fabrication d'Armement (DEFA) sur des lieux déjà chargés d'histoire.

**C'est en 1936 que la nationalisation des industries d'armement entraîne le rachat des biens de la société BRANDT sur le plateau de Vernon et la création de l'Atelier de Vernon (AVN) pour le chargement d'obus de mortier de tous calibres. Le plateau de Vernon est occupé pendant la Seconde Guerre Mondiale et les Allemands décident d'y installer une usine de roulements à billes et commencent d'importants aménagements. C'est beaucoup de travail pour rien, car avant son inauguration l'aviation britannique, probablement sur renseignements, bombarde et détruit tous les bâtiments à l'exception de l'actuel bâtiment administratif.**

La Guerre terminée, le « Service des Usines Mécaniques de l'Etat » réintègre le nouveau Secrétariat d'Etat à l'Armement et l'usine est réouverte. Dès 1945, l'Ingénieur Général LIBESSART de retour d'Angleterre est chargé de rechercher des locaux pour l'installation de la Direction Centrale des Fabrications d'Armement et de présider à la création d'un Laboratoire de Recherches Balistiques et Aérodynamiques, installé à la caserne Sully à Saint-Cloud et comportant plusieurs annexes dont celle de Vernon. En 1946, le service Missile et Balistique est créé avec la venue à Vernon de M.DUFOUR, aidé dans cette tâche par l'Atelier de Construction de Puteaux. En même temps, les études sur la définition de la vocation du LRBA se poursuivent. En vue de donner l'impulsion technique nécessaire au démarrage des recherches, un groupe d'ingénieurs et de techniciens allemands est alors recruté sur contrat par le Gouvernement français, dont un effectif important est affecté à l'annexe de Vernon du LRBA :

- 80 en provenance de Friedrichshafen, pour le groupe MAYBACH travaillent sur un nouveau moteur de char.
- 75 en provenance de Peenemünde (groupe E) qui travaillent sur les Engins Autopropulsés.

Fin 1947, la mission du LRBA, jugée d'une extrême importance, est clairement définie :

- La balistique intérieure, intermédiaire, extérieure et terminale
- Les phénomènes d'explosion
- L'électromécanique et l'électronique
- Les engins autopropulsés
- La détection et le repérage
- L'amélioration des moteurs de chars
- La défense passive, etc.

Et des crédits importants sont affectés pour les travaux d'infrastructures.

En dehors de ses activités de moteurs de chars (moteur MAYBACH 1946-1948) l'établissement s'est rapidement développé autour des travaux relatifs au programme d'engins sol-air autoguidé PARCA (1948-1958), des études dans le domaine de la propulsion liquide, et, à partir de 1958, des travaux relatifs aux études balistiques de base dirigées par la SEREB (Société pour





l'Etude et la Réalisation d'Engins Balistiques). Ces travaux donneront naissance aux fusées sondes VÉRONIQUE (1952) et VESTA (1964), aux propulseurs VEXIN (1963) et VALOIS (1966) qui équiperont la fusée DIAMANT.

C'est ainsi qu'après PARCA, VÉRONIQUE, VESTA, ÉMERAUDE, CORALIE l'histoire aboutit, le 26 novembre 1965, au lancement du 1<sup>er</sup> satellite français ASTERIX par la fusée Diamant A. À cette occasion, la France devient la 3<sup>ème</sup> puissance spatiale mondiale.

Au cours de cette période, le 16 août 1965, la DTEn (Direction Technique des Engins) est créée et le 1<sup>er</sup> janvier 1967, le LRBA quitte la DEFA pour la DTEn. En 1971, le Ministre de la Défense décide de séparer les activités industrielles et étatiques du LRBA à cause, d'une part de l'orientation de la DTEn vers des tâches strictement étatiques, d'autre part de la non utilisation pour les besoins militaires de la propulsion fusée liquide.

La partie industrielle forme avec la SEPR (Société d'Etude de la Propulsion à Réaction) une nouvelle société, la SEP (Société Européenne de Propulsion) dont l'établissement de Vernon reçoit les activités de propulsion liquide ainsi que certaines activités annexes comme l'optique spatiale et les paliers magnétiques qui, jusqu'alors, ont été développés au LRBA.

La partie étatique autour des moyens aérodynamiques, du laboratoire inertiel et de divers laboratoires d'études concernant les techniques et les technologies autres que la propulsion (calcul, guidage, électronique, mécanique) devient le noyau dur du LRBA d'aujourd'hui, dont la vocation est confortée et orientée par deux décisions ultérieures :

- Le regroupement en 1973 des activités inerties au LRBA qui devient centre pilote de la DGA dans ce domaine ;
- La prise en charge par la DTEn en 1986 de la mission inter direction « essais en environnement », qui est confiée au LRBA.

Depuis 1986, il se développe une nouvelle activité, le GPS (Global Positioning System) qui est un système de navigation par satellites. Puis en 1993, le LRBA devient Centre Technique Pilote GPS pour la DGA.





## 8.8. Le LRBA et son projet d'établissement

Le LRBA a lancé courant 2002 son projet d'établissement qui fixe le cap de son évolution à 5 ans.

Cette dynamique a pu voir le jour grâce à la mobilisation d'une part importante du personnel du centre autour de réflexions tant stratégiques, qu'opérationnelles ou organisationnelles.

La nécessité d'ancrer le projet dans l'inconscient collectif du centre au travers d'un symbole est alors apparue, c'est le projet « Argonautes ».

De plus s'appuyant sur un passé riche qui lui a servi de socle, le LRBA se tourne résolument vers l'Europe en s'organisant autour de cinq axes stratégiques :

- Relever les défis actuels et futurs liés à la force de dissuasion ;
- Développer son ouverture européenne ;
- Anticiper ;
- Entretenir et adapter son excellence technique ;
- Poursuivre sa démarche de progrès continu.

**Enfin, le LRBA se diversifie en domaines d'activités stratégiques qui sont au nombre de quatre :**

- Système de missiles stratégiques : garantir les performances globales des systèmes d'armes et contribuer à la crédibilité de la force de dissuasion ;
- Système de missiles tactiques : optimiser l'architecture et les performances globales des systèmes d'armes, fournir aux forces une meilleure connaissance de la menace et exploiter le retour d'expérience ;
- Système de préparation de mission : expertiser les données d'entrée et outils opérationnels destinés à la réussite des missions des systèmes futurs de missiles, drones et satellites d'observation ;
- Système de navigation : garantir les performances des systèmes de navigation et des systèmes d'armes en s'appuyant sur les technologies émergentes.